



# ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ ЭЛЕКТОРАЛЬНОЙ КРИМИНАЛИСТИКИ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА СГЕНЕРИРОВАННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ДАННЫХ, СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОТОРЫХ ПОДОБНЫ РЕАЛЬНЫМ ЭЛЕКТОРАЛЬНЫМ ДАНЫМ

*В статье описаны алгоритм генерации случайных данных, статистические свойства которых подобны статистическим свойствам реальных электоральных, представленных в Центральную избирательную комиссию (ЦИК) Российской Федерации (РФ) в ходе выборов в 2018 г. Президента России избирательными комиссиями нижних уровней (участковыми избирательными комиссиями (УИК), территориальными избирательными комиссиями (ТИК), избирательными комиссиями (ИК) уровня субъектов РФ и приравненных к ним ИК «Город Байконур (Республика Казахстан)», ИК «Территории за пределами РФ») и, собственно, статистические характеристики этих данных.*

*Обсуждаются результаты применения к сгенерированным данным выбранных методов электоральной криминалистики, обеспечивающих по утверждениям электоральных статистиков, оппозиционных власти, действующей в РФ, электоральных оппозиционных статистиков (ЭОС), выявление возможных фальсификаций результатов выборов, в том числе: метод анализа распределений первой цифры после запятой в показателе явка избирателей на выборы, метод Бебера и Скакко, метод Шпилькина, модифицированный метод Шпилькина. Продемонстрировано, что изученные методы электоральной криминалистики обнаруживают индикаторы фальсификаций в модельных заведомо не сфальсифицированных электоральных данных.*

*В этой связи, сделан обоснованный вывод о том, что обвинения в масштабных*

фальсификациях результатов выборов и референдумов, проводимых в России в конце XX – первой четверти XXI вв., предъявляемые избирательной системе России ЭОС на основе результатов анализа электоральных данных с помощью методов электоральной криминалистики, отвергаются результатами проведенного исследования.

**Ключевые слова:** выборы, электоральные данные, электоральная криминалистика, делигитимация выборов, метод Бебера и Скакко, метод Шпилькина.

Porshnev S.V., Ryabko N.Yu.

# ASSESSMENT OF THE SOME ELECTORAL CRIMINOLOGY METHODS ADEQUACY BASED ON THE ANALYSIS OF GENERATED RANDOM DATA, THE STATISTICAL PROPERTIES OF WHICH ARE SIMILAR TO REAL ELECTORAL DATA

The article describes the algorithm for generating random data whose statistical properties are similar to the statistical properties of real electoral data submitted to the Central Election Commission (CEC) of the Russian Federation (RF) during the 2018 presidential elections by lower-level election commissions (precinct election commissions (PEC), territorial election commissions (TEC), election commissions (EC) at the level of the subjects of the Russian Federation and equivalent EC «The Baikonur city (Republic of Kazakhstan)», EC «Territories outside the Russian Federation») and in fact the statistical characteristics of these data.

The results of applying the selected electoral criminalistics methods generated data are discussed, which, according to the statements of electoral statisticians, the opposition authorities operating in the Russian Federation, electoral opposition statisticians (EOS), identify possible falsifications of election results, including: the analyzing the distributions of the first digit after the decimal point in the voter turnout indicator method, the Beber and Scacco method, the Shpilkin method, the modified Shpilkin method.

It is demonstrated that the studied electoral criminalistics methods detect indicators of falsifications in model deliberately not falsified electoral data.

In this regard, a reasonable conclusion is made that the accusations of large-scale falsifications of the results of elections and referendums held in Russia at the end of the XX – first quarter of the XXI century, presented to the electoral system of Russia by the EOS based on the results of the analysis of electoral data using methods of electoral criminology, are rejected by the results of the study.

**Keywords:** elections, electoral data, election commission, electoral forensics, Shpilkin method, modified Shpilkin method.

## Введение

Результаты многомерного статистического анализа электоральных данных, представленных УИК в ЦИК РФ по итогам выборов Президента России в 2018 г., проведенного в [1], позволили сделать обоснованный вывод об отсутствии признаков масштабных фальсификаций результатов выборов в пользу их победителя – В.В. Путина, одержавшего, априори, ожидаемую победу с явным преимуществом над остальными кандидатами: по данным ЦИК РФ за победителя выборов проголосовало 76.69 % (56 430 712 избирателей) от общего числа избирателей, принявших участие в выборах (73 578 992) при явке 67.5 % от общего числа зарегистрированных избирателей, равно 109 008 428 избирателей.

При этом, понятно, что изложенные в [1] результаты являются косвенным, но не прямым доказательством отсутствия масштабных фальсификаций электоральных данных в ходе проведения в 2018 г. выборов Президента России. В этой ситуации, очевидна необходимость прямой проверки адекватности методов выявления фальсификаций электоральных данных, популяризируемых электоральными статистиками, находящимися в оппозиции к действующей власти в РФ – электоральные оппозиционные статистики (ЭОС). Для проведения подобной проверки, как очевидно, требуются использовать электоральные данные, в которые, заведомо, не вносилось каких-либо фальсификаций. Принимая во внимание, что сегодня не существует механизмов проведения и контроля за выборами, обеспечивающих проведение «абсолютно честных» выборов, как с точки зрения сторонников победителя выборов, так и с точки зрения сторонников, проигравших выборы, представляется целесообразным синтезировать «абсолютно честные» электоральные данные, провести их анализ с помощью наиболее часто используемых методов электоральной криминалистики и оценить адекватность получаемых при этом результатов.

В статье описан алгоритм генерации случайных данных статистические характеристики, которых подобны статистическим характеристикам реальных электоральных данных, а также результаты применения выбранных методов электоральной криминалистики (метод анализа распределений первой цифры после запятой в показателе явка избирателей на выборы, метод Бебера и Скакко, метод Шпилькина, модифицированный метод Шпилькина) для их анализа.

## 2. Алгоритм генерация случайных данных, статистические характеристики которых подобны аналогичным характеристикам реальных электоральных данных

Априори понятно, что структура генерируемых электоральных данных, в самом общем случае, должна быть аналогичной структуре выбранных реальных электоральных данных, в качестве которых были использованы электоральные данные, представленные УИК, ТИК и ИК субъектов РФ в ЦИК РФ в ходе проведения выборов в 2018 г. Президента Российской Федерации. Их структура определяется следующей древовидной структурой системы избирательных комиссий, созданных для проведения в 2018 г. выборов Президента РФ:

- вершина дерева – ЦИК РФ,
- вершины второго уровня – 85 ИК субъектов РФ, а также две приравненные к ним ИК «г. Байконур (Республика Казахстан)» и ИК «Территория за пределами РФ» (итого 87 ИК);
- вершины третьего уровня – 2887 территориальных избирательных комиссий (ТИК), созданных ИК субъектов РФ (ТИК ИК «г. Байконур (Республика Казахстан)» и ИК «Территория за пределами РФ» не создавались);
- вершины четвертого уровня – 97314 участковых избирательных комиссии (УИК), созданных соответствующими ТИК субъектов РФ, а также 7 УИК, созданных ИК «г. Байконур (Республика Казахстан)» и 393 УИК, созданных в ЦИК в ИК «Территория за пределами РФ» (итого 97695 УИК, без учета 21 УИК, не приступивших к передаче данных в ЦИК РФ).

Однако результаты анализа электоральных данных, обсуждавшиеся в [1], подтвердили их согласованность на всех уровнях избирательной системы РФ: уровнях ЦИК РФ, ТИК РФ и приравненных к ним ИК «Город Байконур (республика Казахстан)» и ИК «Территория за пределами Российской Федерации», уровне УИК, созданных данными ТИК. В этой связи для синтеза электоральных данных, используемых далее для проверки работоспособности методов, используемых ЭОС, достаточно генерировать данные на уровне УИК.

Результаты выборов на уровне УИК характеризуются следующим набором показателей (эквивалентно, электоральные данные).

1. Число зарегистрированных УИК  $N_{\text{УИК}}$  (целое число).
2. Число кандидатов, участвующих в выборах  $N_c$  (целое число).

3. Число избирателей, зарегистрированных в  $i$ -ой УИК  $[N_{УИК}^{ER}]_i, i = \overline{1, N_{УИК}}$  (целое число).

4. Число избирателей, принявших участие в выборах в  $i$ -ой УИК  $[N_{УИК}^V]_i, i = \overline{1, N_{УИК}}$  (целое число).

5. Явка на выборы избирателей, зарегистрированных в  $i$ -ой УИК (десятичное число, выраженное в процентах):

$$[\alpha_{УИК}^{\%}]_i = \frac{[N_{УИК}^V]_i}{[N_{УИК}^{ER}]_i} \cdot 100\%,$$

где  $i = \overline{1, N_{УИК}}$ .

6. Число голосов избирателей, проголосовавших в  $i$ -ой УИК за  $j$ -го кандидата (целое число):

$$[N_{УИК}^V]_i^{(j)}$$

где  $i = \overline{1, N_{УИК}}, j = \overline{1, N_C}$ .

7. Доля избирателей, проголосовавших в  $i$ -ой УИК за  $j$ -го кандидата (десятичное число, выраженное в процентах):

$$[\alpha_{УИК}^{\%}]_i^{(j)} = \frac{[N_{УИК}^V]_i^{(j)}}{[N_{УИК}^{ER}]_i} \cdot 100\%,$$

где  $i = \overline{1, N_{УИК}}, j = \overline{1, N_C}$ .

8. Общее количество зарегистрированных избирателей (целое число):

$$N_{УИК}^{ER} = \sum_{i=1}^{N_{УИК}} [N_{УИК}^{ER}]_i.$$

9. Общее количество избирателей, принявших участие в выборах (целое число):

$$N_{УИК}^V = \sum_{i=1}^{N_{УИК}} [N_{УИК}^V]_i.$$

10. Относительная явка избирателей на выборы на уровне УИК (десятичное число, выраженное в процентах):

$$\alpha_{УИК}^{\%} = \frac{N_{УИК}^V}{N_{УИК}^{ER}} \cdot 100\%.$$

11. Общее число избирателей, проголосовавших за  $j$ -го кандидата:

$$[N_{УИК}^V]_{all}^{(j)} = \sum_{i=1}^{N_{УИК}} [N_{УИК}^V]_i^{(j)}.$$

12. Доля избирателей, проголосовавших за  $j$ -го кандидата, вычисляемая по всем УИК (десятичное число, выраженное в процентах):

$$\alpha_{УИК}^{\%} [ ]_{all}^{(j)} = \frac{[N_{УИК}^V]_{all}^{(j)}}{N_{УИК}^{ER}} \cdot 100\% = \frac{[N_{УИК}^V]_{all}^{(j)}}{\sum_{i=1}^{N_{УИК}} [N_{УИК}^{ER}]_i} \cdot 100\%.$$

Из приведенного выше списка показателей видно, что они относятся к одной из следующих групп:

1. Константы ( $N_{УИК}, N_C$ ).

2. Целые случайные числа ( $[N_{УИК}^{ER}]_i, [N_{УИК}^V]_i, [N_{УИК}^V]_i^{(j)}, N_{УИК}^{ER}, N_{УИК}^V, [N_{УИК}^V]_{all}^{(j)}$ ).

3. Действительные случайные числа ( $[\alpha_{УИК}^{\%}]_i, [\alpha_{УИК}^{\%}]_i^{(j)}, \alpha_{УИК}^{\%}, [\alpha_{УИК}^{\%}]_{all}^{(j)}$ ).

При этом показатели, отнесенные ко второй и третьей группам, как показали результаты анализа электоральных данных, представленные в [1], являются некоторыми случайными выборками из соответствующих генеральных совокупностей с ограниченными областями рассеяния. Таким образом, синтез модельных электоральных данных сводится к заданию: числа участков избирательных комиссий  $N_{УИК}$ ; заданию числа кандидатов (партий), участвующих в выборах,  $N_C$ ; генерации целочисленных СП:  $[N_{УИК}^{ER}]_i$ , составленной из числа избирателей зарегистрированных в  $i$ -ой УИК;  $[N_{УИК}^V]_i$  составленной из числа избирателей, принявших участие в выборах в  $i$ -ой УИК;  $[N_{УИК}^V]_i^{(j)}$ , составленной из числа избирателей, проголосовавших в  $i$ -ой УИК, за  $j$ -го кандидата; и далее вычислении остальных показателей, характеризующих «волеизъявление избирателей».

В связи с необходимостью генерации целочисленных СП с заданным законом распределения были проанализированы соответствующие функции пакета MATLAB ( $\text{randi}(a,b)$ ) и языка Python ( $\text{randint}(a,b)$ ,  $\text{randrange}(a,b,s)$ ). Результаты проведенного анализа показали [2], что данные функции, возвращают целые случайные числа  $a \leq n \leq b$  в соответствии равномерным законом распределения на отрезке  $[a, b]$ . Аналогичные функции, возвращающие целые случайные числа в соответствии с законом распределения, отличным от равномерного, в указанных выше программных инструментах отсутствуют. В то время как анализ электоральных данных, проведенный в [1], показал, что функции распределений у каждого из целочисленных показателей оказываются отличными от равномерного закона, поэтому для генерации целых случайных чисел проводилась в два этапа: на первом этапе в соответствии с выбранным законом распределения генерировалось целое случайное число, которое далее округлялось до ближайшего целого. (Далее, для более краткого описания алгоритма, данная двухэтапная процедура генерации целочисленных СП  $[N_{УИК}^{ER}]_i, [N_{УИК}^V]_i$  называется генерацией целых случайных чисел.)

Кроме того, с вычислительной точки зрения оказывается более удобным сначала генерировать СП  $[\alpha_{УИК}^{\%}]_i$ , составленную из значений относительной явки избирателей на выборы в  $i$ -ой УИК, а затем рассчитывать число избирателей, принявших участие в голосовании. Аналогично, сначала генерируется СП

$[\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)}$  составленная из значений доли голов избирателей, проголосовавших в  $i$ -ой УИК за  $j$ -го кандидата, вычисляются значения СП  $[N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}$ , а затем рассчитывается соответствующее число избирателей.

Соответственно, алгоритм генерации электоральных данных (АГЭД), реализуется выполнением следующей последовательности действий.

1. Задать число зарегистрированных УИК  $N_{\text{УИК}}$  и число кандидатов, участвующих в выборах  $N_C$ .

2. Выбрать закон распределения и область рассеяния случайной величины  $[N_{\text{УИК}}^{ER}]$ .

3. Сгенерировать  $N_{\text{УИК}}$  целых случайных чисел в соответствие с выбранными в п. 2 законом распределения и областью рассеяния – СП  $\{[N_{\text{УИК}}^{ER}]_i\}, i=1, N_{\text{УИК}}$ .

4. Выбрать законы распределения и области рассеяния случайных величин  $[\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)}$  – СП  $\{[\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)}\}, i=1, N_{\text{УИК}}, j=1, N_C$  так, что бы  $\sum_{j=1}^{N_C} [\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)} \leq 1$ .

5. В соответствие с выбранными в п. 4 законами распределения и областью рассеяния сгенерировать действительные СП  $\{[\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)}\} i=1, N_{\text{УИК}}, j=1, N_C$ .

6. Вычислить значения числа избирателей, проголосовавших за  $j$ -го кандидата в  $i$ -ой избирательной комиссии – СП  $\{[N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}\}, i=1, N_{\text{УИК}}, j=1, N_C$ :

$$[N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)} = \text{round}([\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)} [N_{\text{УИК}}^{ER}]_i).$$

Наличие синтезированных электоральных данных позволяет далее последовательно вычислить следующие показатели:

– число зарегистрированных избирателей

$$N_{\text{УИК}}^{ER} = \sum_{i=1}^{N_{\text{УИК}}} [N_{\text{УИК}}^{ER}]_i;$$

– число избирателей, принявших участие

$$\text{в выборах в } i\text{-ой УИК } [N_{\text{УИК}}^V]_i = \sum_{j=1}^{N_C} [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)};$$

– число избирателей, принявших участие

$$\text{в выборах, } N_{\text{УИК}}^V = \sum_{i=1}^{N_{\text{УИК}}} [N_{\text{УИК}}^V]_i = \sum_{i=1}^{N_{\text{УИК}}} \sum_{j=1}^{N_C} [N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)};$$

– относительную явку на выборы  $[\alpha_{\text{УИК}}]_{\text{all}}^{(j)}$ :

$$[\alpha_{\text{УИК}}]_{\text{all}}^{(j)} = \text{round}(N_{\text{УИК}}^V / N_{\text{УИК}}^{RE} \cdot 10^4) / 100;$$

далее провести статистический анализ СП  $\{[N_{\text{УИК}}^{ER}]_i\}, \{[N_{\text{УИК}}^V]_i\}, \{[N_{\text{УИК}}^{ER}]_i^{(j)}\}, \{[N_{\text{УИК}}^V]_i^{(j)}\}$ , анализ распределений цифр в показателях  $\{[\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)}\}, \{[\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)}\}, i=1, N_{\text{УИК}}, j=1, N_C$ , а также анализ зависимостей  $[\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)} = f([\alpha_{\text{УИК}}]_i)$ .

### 3. Анализ статистических свойств синтезированных электоральных данных

Из описания АГЭД, приведенного в предыдущем разделе, видно, что необходимым

условием его использования является выбор вида функций распределения СП  $[N_{\text{УИК}}^{ER}]_i, [N_{\text{УИК}}^V]_i, [\alpha_{\text{УИК}}]_i, [\alpha_{\text{УИК}}]_i^{(j)}$ , имеющих ограниченную область рассеяния, который определяется следующими обстоятельствами.

1. В связи с невозможностью получить прямые доказательства, свидетельствующие об отсутствии фальсификаций электоральных данных, полученных в ходе проведения конкретных выборов, использование для синтеза электоральных данных оценок функций распределений, выбранных первичных электоральных данных, возникает закономерный вопрос о достоверности с точки зрения электоральной криминалистики, собственно, синтезированных данных.

2. Де-факто, большинство методов, используемых ЭОС, основаны на предположении о том, что перечисленные в разделе 2. показатели электорального процесса имеют нормальный закон распределения, поэтому обнаруживаемые отличия от нормального закона распределения принимаются в качестве доказательств фальсификаций.

3. Любое статистическое распределение соответствует некоторому случайному процессу без последствия. В частности, нормальный закон распределения, как было показано А. Эйнштейном [3], соответствует конечному состоянию броуновского процесса в неограниченной области, математическая модель которого рассматривается, например, в [4].

4. Статистические распределения случайной величины с ограниченной областью рассеяния, как показано М. Смолуховским [5–7], соответствуют распределению координат случайного броуновского процесса в ограниченной области. Программные инструменты для компьютерного моделирования случайных блужданий в ограниченной области рассеяния, созданные в пакете MATLAB, описаны в [8]. Алгоритмы оценки параметров плотностей распределений и функций распределений случайных величин, построенных на основе моделей М. Смолуховского, рассматривались в [9, 10]. Алгоритмическое обеспечение для оценивания плотностей вероятностей и функций распределений случайных последовательностей с ограниченной областью рассеяния, а также их генерации, описаны в [10]. Существует программная реализация данного алгоритмического обеспечения – программная библиотека ES&RP [11].

Следует отметить, принципиальные отличия

чия между усеченным нормальным распределением и случайной величины с ограниченной областью рассеяния.

Усеченное нормальное распределение (УНР) традиционно используется в задачах оценки надежности технических систем и точности производства [12–18]. Напомним, следуя [10], что УНР  $N'(\mu, \sigma)$  имеет случайная подпоследовательность  $\{x'_k\}$ , извлеченная из

случайной последовательности  $\{x\}$ , имеющей ПР  $N(\mu, \sigma)$  каждый элемент которой удовлетворяет следующим условиям:

$$x_{\min} \leq x'_k \leq x_{\max},$$

где  $x_{\min}, x_{\max}$  – точки усечения.

Основные характеристики УНР и соответствующие формулы для их вычисления представлены в таблице 1.

Распределение случайной величины с

Таблица 1

Характеристики УНР [3,48]

Название характеристики	Формула или числовое значение характеристики
Обозначение	$N'(\mu, \sigma, x_{\min}, x_{\max})$
Параметры	$\mu, \sigma, x_{\min}, x_{\max}$
Плотность распределения	$f_{LM}(x; \mu, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) = \frac{1}{\sigma} \frac{\varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{x_{\max}-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{x_{\min}-\mu}{\sigma}\right)},$ <p>где <math>\varphi(x)</math> – плотность стандартного нормального распределения <math>N(0,1)</math>, <math>F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi</math> – функция Лапласа, <math>\mu, \sigma</math> – параметры исходного нормального распределения, <math>x_{\min} &lt; x_{\max}</math> – точки усечения</p>
Функция распределения	$F_{LM}(x; \mu, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) = \int_{a_1}^x f_{LM}(\xi; \mu, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) d\xi =$ $\frac{1}{\sigma} \frac{1}{F\left(\frac{x_{\max}-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{x_{\min}-\mu}{\sigma}\right)} \int_{a_1}^x \varphi\left(\frac{\xi-\mu}{\sigma}\right) d\xi =$ $\frac{F\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{a_1-\mu}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{x_{\max}-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{x_{\min}-\mu}{\sigma}\right)}$
Среднее значение	$M[x] = \mu - (\lambda_2 - \lambda_1)\sigma,$ <p>где <math>\lambda_1 = \frac{\varphi(\xi_1)}{F(\xi_2) - F(\xi_1)}</math>, <math>\lambda_2 = \frac{\varphi(\xi_2)}{F(\xi_2) - F(\xi_1)}</math>, <math>\xi_1 = \frac{x_{\min} - \mu}{\sigma}</math>,  <math>\xi_2 = \frac{x_{\max} - \mu}{\sigma}</math></p>
Дисперсия	$D[x] = \left(1 + \lambda_1 \xi_1 - \lambda_2 \xi_2 + (\lambda_1 + \lambda_2)^2\right) \sigma^2$

ограниченной областью рассеяния, как показано в [10], вычисляется по формуле:

$$f_{LAD}(x; x_0, \sigma, l) = A \left[ \varphi(x; x_0, \sigma, l) + \sum_{g=0}^{\infty} \varphi_{2g+1}^{\pm}(x; x_0, \sigma, l) + \sum_{g=1}^{\infty} \varphi_{2g}^{\pm}(x; x_0, \sigma, l) \right],$$

где  $A$  – нормировочный коэффициент, определяемый из условия:

$$\int_a^b f_{LAD}(\xi; x_0, \sigma, l) d\xi = 1,$$

$$\varphi(x; x_0, \sigma, l) = \exp\left[-(x - x_0)^2 / 2\sigma^2\right],$$

$$\varphi_{2g+1}^{\pm}(x; x_0, \sigma, l) = \exp\left[-(x - x_{2g+1}^{\pm})^2 / 2\sigma^2\right],$$

$$\varphi_{2g}^{\pm}(x; x_0, \sigma, l) = \exp\left[-(x - x_{2g}^{\pm})^2 / 2\sigma^2\right],$$

здесь  $x_0$  – координата точки, в которой нахо-

дится порождающий источник с плотностью распределения  $\varphi(x; x_0, \sigma, l)$ ,  $l = x_{\max} - x_{\min}$ ,  $x_{2g+1}^{\pm}, x_{2g}^{\pm}$  вычисляются по формулам:  
 $x_{2g}^{\pm} = \pm 4gl + x_0$ ,  $x_{2g+1}^{\pm} = \pm(4g + 2)l - x_0$ ,  
 где  $g = 0, 1, \dots$

Характеристики рассматриваемого распределения и соответствующие формулы для их вычисления представлены в таблице 2.

В [10] доказано, что при вычислении плотности распределения и функции распре-

Таблица 2

Характеристики плотности распределения и функции распределения случайной величины с ограниченной областью рассеяния

Название характеристики	Формула или числовое значение характеристики
Обозначение	$LAD(x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max})$
Параметры	$\mu, \sigma, x_{\min}, x_{\max}$
Плотность распределения	$f_{LAD}(x; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) = A \left[ \varphi(x; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) + \sum_{g=0}^{\infty} \varphi_{2g+1}^{\pm}(x; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) + \sum_{g=1}^{\infty} \varphi_{2g}^{\pm}(x; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) \right],$ <p>где <math>A</math> – нормировочный коэффициент, определяемый из условия</p> $\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f_{LAD}(\xi; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) d\xi = 1,$ $\varphi(x; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) = \exp\left[-(x - x_0)^2 / 2\sigma^2\right],$ $\varphi_{2g+1}^{\pm}(x; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) = \exp\left[-(x - x_{2g+1}^{\pm})^2 / 2\sigma^2\right],$ $\varphi_{2g}^{\pm}(x; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) = \exp\left[-(x - x_{2g}^{\pm})^2 / 2\sigma^2\right],$ $x_{2g}^{\pm} = \pm 4g(x_{\max} - x_{\min}) + x_0, \quad x_{2g+1}^{\pm} = \pm(4g + 2)(x_{\max} - x_{\min}) - x_0,$ <p><math>x_{\min}, x_{\max}</math> – границы области рассеяния</p>
Функция распределения	$F_{LAD}(x; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) = \int_{x_{\min}}^x f_{LAD}(\xi; x_0, \sigma, x_{\min}, x_{\max}) d\xi$

деления на компьютере достаточно использовать  $g \leq 5$ .

Для генерации реализаций случайных процессов была использована функция `GenerateBoundData(Mu, Sigma, a1, a2, NumElements)`,

где  $\mu, \sigma$  – параметры порождающего нормального распределения;  $a1, a2$  – левая и правая границы области рассеяния, соответственно,  $\text{NumElements}$  – число членов генерируемой последовательности, которая входит в состав программной библиотеки ES&RP [11].

Рассмотрим результаты многомерного статистического анализа типичных электро-альных данных, сгенерированных в соответствии с АГЭД, описанным в разделе 2, в предположении, что в выборах принимали участие два кандидата, со следующими значени-

ями параметров, представленными в таблице 3.

Визуализация синтезированной СП  $\left\{ \left[ N_{УИК}^{ER} \right]_i \right\}, i = 1, N_{УИК}$ , составленной из значений числа избирателей, зарегистрированных в данной УИК, и аппроксимация Парзена-Розенблатта ее плотности распределения представлены на рис. 1.

При этом «минимальное число зарегистрированных в соответствующей УИК избирателей»  $\min\left(\left\{ \left[ N_{УИК}^{ER} \right]_i \right\}\right) = 11$ , «максимальное число зарегистрированных в соответствующей УИК избирателей»  $\max\left(\left\{ \left[ N_{УИК}^{ER} \right]_i \right\}\right) = 3179$ , «общее число зарегистрированных избирателей»  $N_{all}^{ER} = 92088068$ , что сравнимо с числом избирателей, принявших участие в 2018 г. в выборах Президента РФ, общее число которых оказалось равным 73955927, «явка избирателей на выборы» составила 80.31 % (ре-

Параметры имитационной модели, использованные для генерации электоральных данных

Название параметра	Обозначение параметра	Значение параметра
<b>Параметры, используемые для генерации числа избирателей, зарегистрированных в данных УИК</b>		
Число участковых избирательных комиссий	$N_{УИК}$	$9 \cdot 10^4$
Математическое ожидание порождающего нормального распределения	$\mu$	1017
Дисперсия порождающего нормального распределения	$\sigma$	502
Левая граница области рассеяния	$a_1$	6
Правая граница области рассеяния	$a_2$	10000
<b>Параметры, используемые для генерации доли избирателей, проголосовавших в данной УИК за победившего на выборах кандидата</b>		
Математическое ожидание порождающего нормального распределения	$\mu$	0.6
Дисперсия порождающего нормального распределения	$\sigma$	0.07
Левая граница области рассеяния	$a_1$	0.51
Правая граница области рассеяния	$a_2$	1.0
<b>Параметры, используемые для генерации доли избирателей, проголосовавших в данной УИК за проигравшего на выборах кандидата</b>		
Математическое ожидание порождающего нормального распределения	$\mu$	0.11
Дисперсия порождающего нормального распределения	$\sigma$	0.015
Левая граница области рассеяния	$a_1$	0.1
Правая граница области рассеяния	$a_2$	0.2

альная явка на выборы 2018 г. Президента РФ – 67,54 % от общего количества избирателей, включенных в списки).

Визуализация сгенерированной СП  $\{\alpha_{УИК}^{(i)}\}, i = \overline{1, N_{УИК}}$ , составленной из значений «доли числа избирателей, проголосовавших в  $i$ -ой УИК за кандидата № 1», и аппроксимация Розенблатта-Парзена [17–20] ее плот-

ности распределения представлены на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что минимальное значение «доли голосов избирателей, проголосовавших за кандидата № 1» (победителя выборов),  $\min\left(\left\{\alpha_{УИК}^{(i)}\right\}\right) = 0.5102$  (51.02% от «числа избирателей, принявших участие в выборах в данной УИК»), максимальное значение

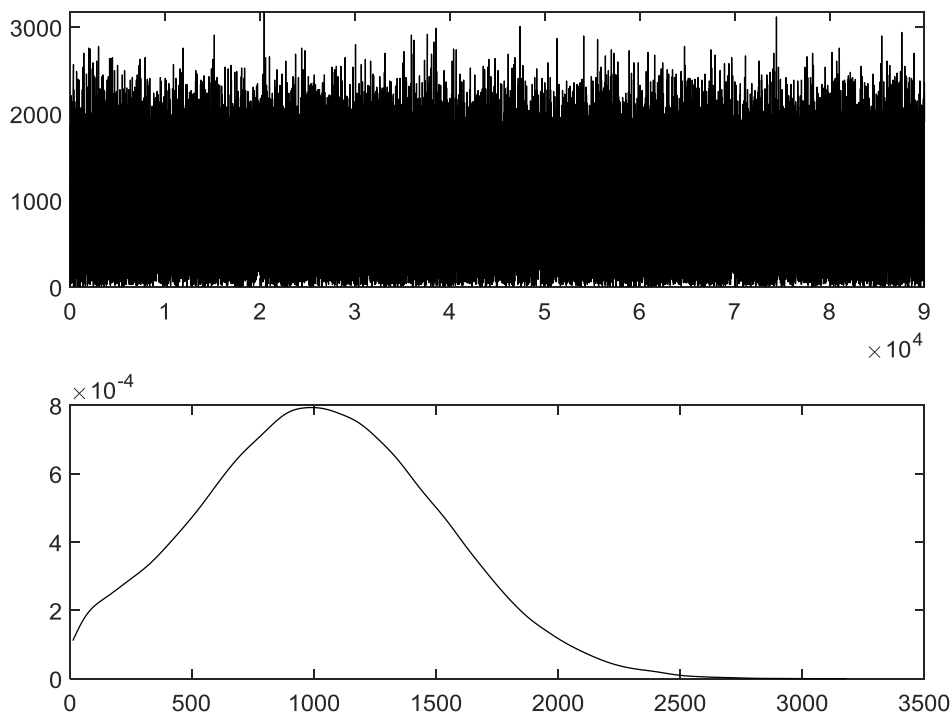


Рис. 1. Визуализация СП  $\{[\alpha_{УИК}^{ER}]_i, i = \overline{1, N_{УИК}}\}$  (сверху) и аппроксимация Розенблатта-Парзена (нормальное ядро,  $h^* = 54.497$ ) ее ПР (снизу)

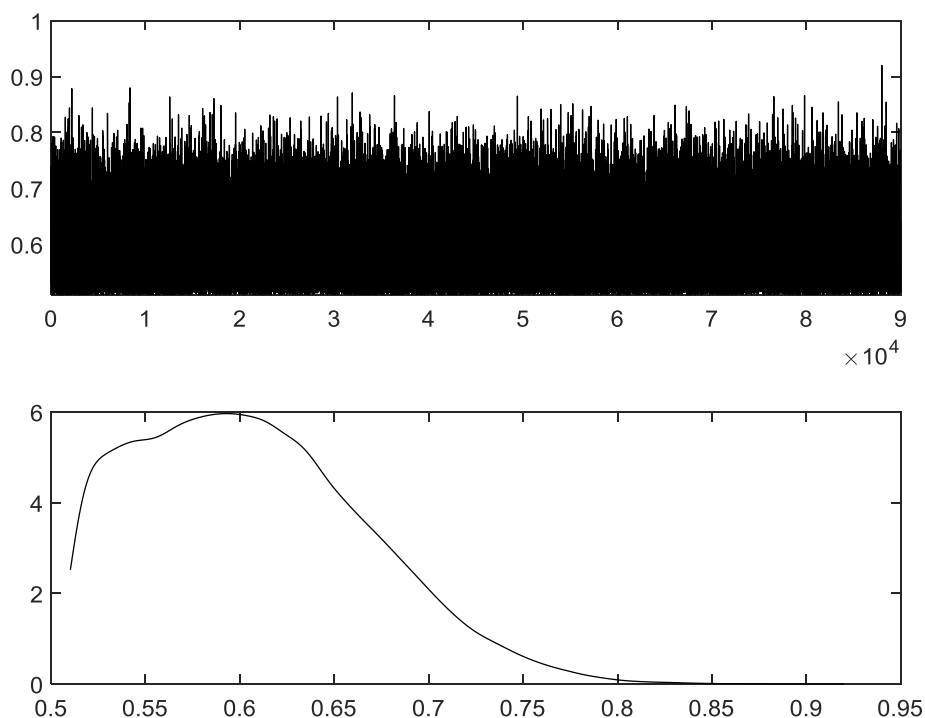


Рис. 2. Визуализация СП  $\{[\alpha_{УИК}^{(1)}]_i, i = \overline{1, N_{УИК}}\}$  (сверху) и аппроксимация Розенблатта-Парзена (нормальное ядро,  $h^* = 0.0071$ ) ее ПР (снизу)

данного показателя  $\max\{[\alpha_{УИК}^{(1)}]_i\} = 0.8844$  (88.44% от «числа избирателей, принявших участие в выборах в данной УИК»).

Визуализация сгенерированной СП  $\{[\alpha_{УИК}^{(2)}]_i, i = \overline{1, N_{УИК}}\}$  составленной из значений

«доли числа избирателей, проголосовавших в  $i$ -ой УИК за кандидата № 2», и аппроксимация Розенблатта-Парзена ее плотности распределения представлены на рис. 3.

Из рис. 3 видно, что минимальное значе-

ние «доли голосов избирателей, проголосовавших за кандидата № 1» (победителя выборов),  $\min\left\{\left\{\left[\alpha_{\text{УИК}}^{(2)}\right]_i\right\}\right\}=0.1001$  (10.01% от «числа избирателей, принявших участие в выборах в данной УИК»), максимальное значение данного показателя  $\max\left\{\left\{\left[\alpha_{\text{УИК}}^{(2)}\right]_i\right\}\right\}=0.1713$  (17.13% от числа избирателей, принявших участие в выборах в данной УИК).

Визуализация сгенерированной СП

$\left\{\left[N_{\text{УИК}}^V\right]_i^{(1)}\right\}, i=1, \overline{N_{\text{УИК}}}$  составленной из значений «числа избирателей, проголосовавших в  $i$ -ой УИК за кандидата № 1», и аппроксимация Розенблатта-Парзена ее плотности распределения представлены на рис. 4.

Из рис. 4 видно, что что минимальное значение показателя «число голосов избирателей, проголосовавших за кандидата № 1» (победителя выборов),  $\min\left\{\left\{\left[N_{\text{УИК}}^V\right]_i^{(1)}\right\}\right\}=6$ ,

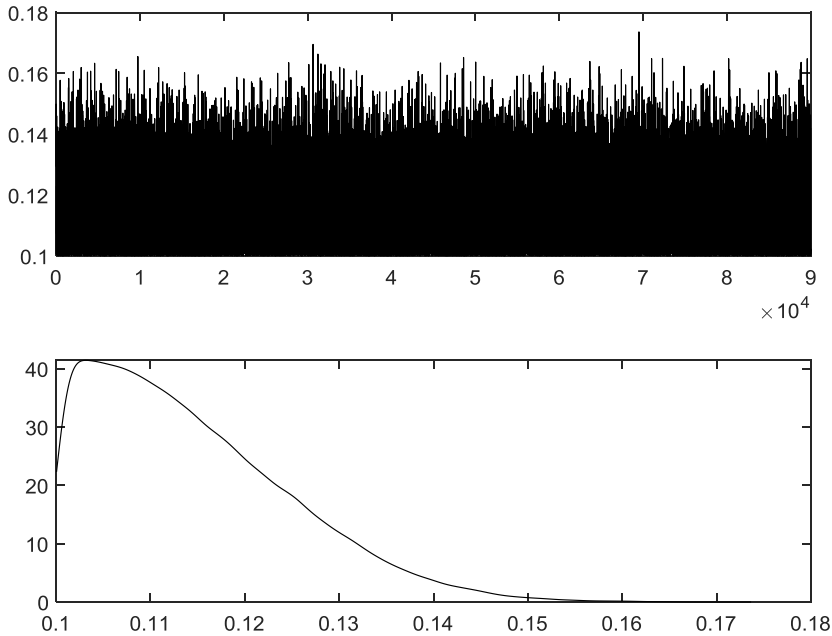


Рис. 3. Визуализация СП  $\left\{\left[\alpha_{\text{УИК}}^{(2)}\right]_i\right\}, i=1, \overline{N_{\text{УИК}}}$  (сверху) и аппроксимация Розенблатта-Парзена (нормальное ядро,  $h^* = 0.0012$ ) ее ПР (снизу)

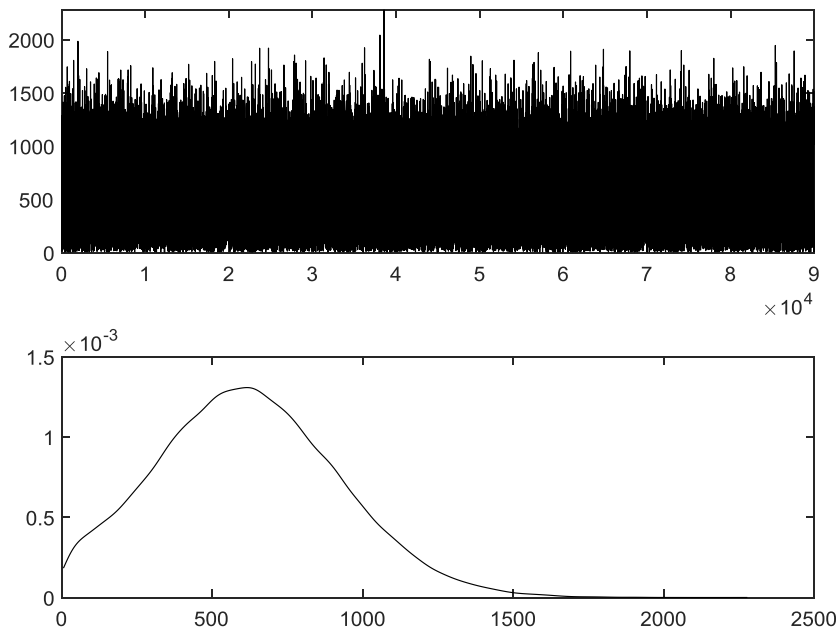


Рис. 4. Визуализация СП  $\left\{\left[N_{\text{УИК}}^V\right]_i^{(1)}\right\}, i=1, \overline{N_{\text{УИК}}}$  (сверху) и аппроксимация Розенблатта-Парзена (нормальное ядро,  $h^* = 33.199$ ) ее ПР (снизу)

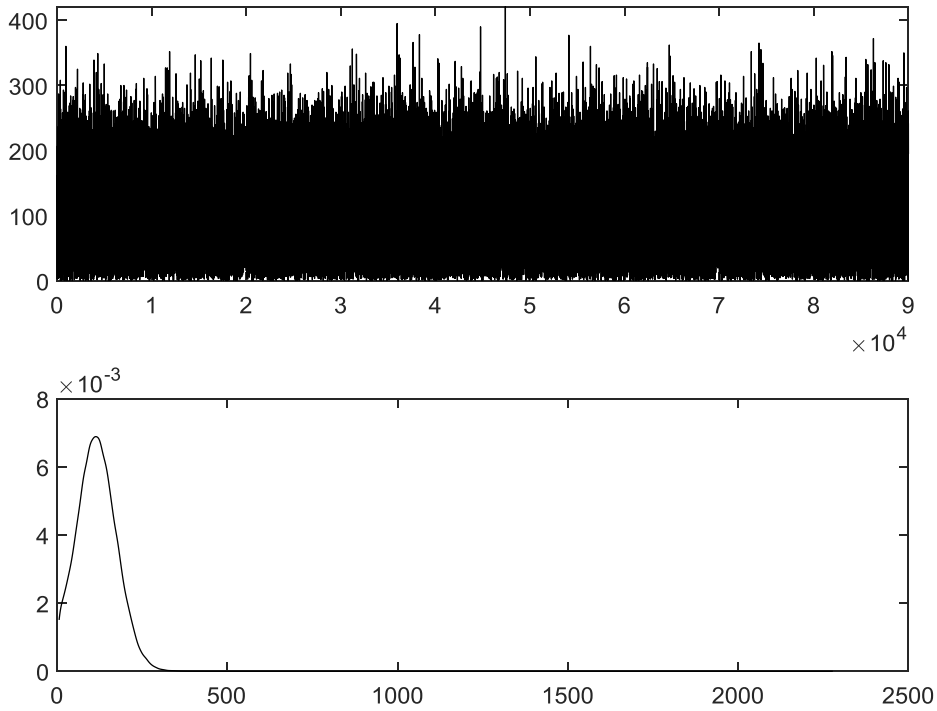


Рис. 5. Визуализация СП  $\left\{ \left[ N_{УИК}^V \right]_i^{(2)} \right\}, i = \overline{1, N_{УИК}}$  (сверху) и аппроксимация Розенблатта-Парзена (нормальное ядро,  $h^* = 6.255$ ) ее ПР (снизу)

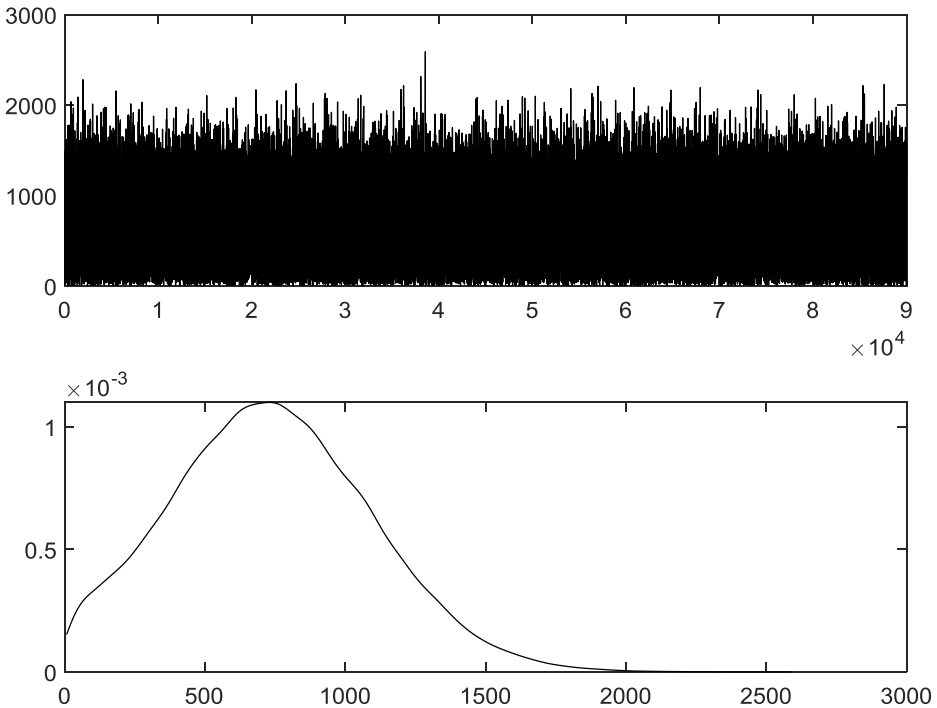


Рис. 6. Визуализация СП  $\left\{ \left[ N_{УИК}^V \right]_i \right\}, i = \overline{1, N_{УИК}}$  (сверху) и аппроксимация Розенблатта-Парзена (нормальное ядро,  $h^* = 39.294$ ) ее ПР (снизу)

максимальное значение данного показателя  $\max \left\{ \left[ N_{УИК}^V \right]_i^{(1)} \right\} = 2278$ .

Визуализация сгенерированной СП  $\left\{ \left[ N_{УИК}^V \right]_i^{(2)} \right\}, i = \overline{1, N_{УИК}}$  составленной из значений «числа избирателей, проголосовавших в

$i$ -ой УИК за кандидата № 1», и аппроксимация Розенблатта-Парзена ее плотности распределения представлены на рис. 5.

Из рис. 5 видно, что минимальное значение голосов избирателей, проголосовав-

ших за кандидата № 1 (победителя выборов),  $\min \left\{ \left[ N_{УИК}^V \right]_i^{(2)} \right\} = 1$ , максимальное значение данного показателя  $\max \left\{ \left[ N_{УИК}^V \right]_i^{(2)} \right\} = 421$ .

Визуализация синтезированной случайной последовательности  $\left\{ \left[ N_{УИК}^V \right]_i \right\}, i = \overline{1, N_{УИК}}$ , составленной из значений числа избирателей, проголосовавших в  $i$ -ой УИК, и аппроксимация Розенблатта-Парзена ее плотности распределения представлены на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что минимальное значение «голосов избирателей, проголосовавших на выборах»  $\min \left\{ \left[ N_{УИК}^V \right]_i \right\} = 7$ , максимальное значение данного показателя  $\max \left\{ \left[ N_{УИК}^V \right]_i \right\} = 2589$ .

Визуализация сгенерированной СП  $\left\{ \left[ \alpha_{УИК} \right]_i \right\}, i = \overline{1, N_{УИК}}$ , составленной из значений «числа избирателей, проголосовавших в  $i$ -ой УИК», и аппроксимация Розенблатта-Парзена ее плотности распределения представлены на рис. 7.

Из рис. 7 видно, что минимальное значение «доли голосов избирателей, проголосовавших на выборах»  $\min \left\{ \left[ \alpha_{УИК} \right]_i \right\} = 0.6060$  максимальное значение данного показателя  $\max \left\{ \left[ \alpha_{УИК} \right]_i \right\} = 0.9958$ .

Для удобства дальнейшего анализа зна-

чения левой и правой границ интервалов изменения описанных выше показателей приведены в табл. 4.

Из табл. 4. видно, что приведенные в данной таблице оценки значений электоральных показателей, вычисленные на основе анализа модельных электоральных данных, согласуются с аналогичными показателями электоральных данных, изученных в [1]. Следовательно, сгенерированные электоральные данные (заведомо, **нефальсифицированные**) можно использовать для оценки адекватности методов, популярных среди ЭОС.

#### 4. Результаты анализа показателей, синтезированных электоральных данных с помощью методов электоральной статистики

Рассмотрим типичные результаты анализа показателей, сгенерированных данных с помощью выбранных методов электоральной статистики.

##### 1. Анализ распределений первой после запятой цифры

В ходе проведенных исследований были использованы следующие показатели:

– «доля избирателей в процентах, прого-

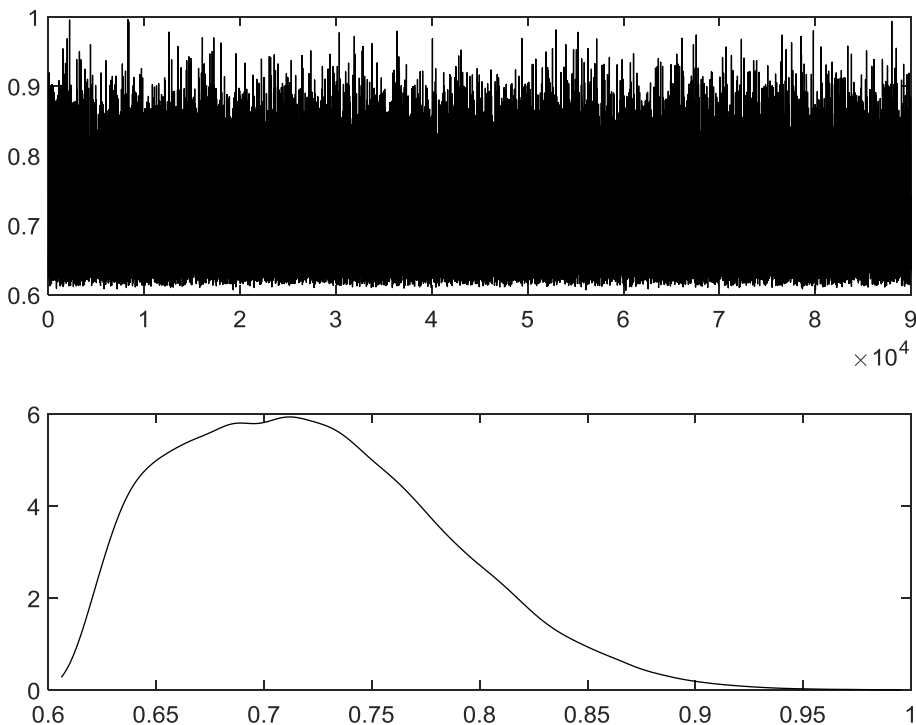


Рис. 7. Визуализация СП  $\left\{ \left[ \alpha_{УИК} \right]_i \right\}, i = \overline{1, N_{УИК}}$  (сверху) и аппроксимация Розенблатта-Парзена (нормальное ядро,  $h^* = 0.7145 \cdot 19^2$ ) ее ПР (снизу)

## Оценки минимального, среднего и максимального «значений электоральных показателей»

Название электорального показателя	Минимальное значение электорального показателя	Среднее значение электорального показателя*	Максимальное значение электорального показателя
Число зарегистрированных избирателей в данной УИК	11	1023	3179
Доля избирателей, проголосовавших в данной УИК за победителя выборов	0.5102	0.5995	0.8844
Доля избирателей, проголосовавших в данной УИК за кандидата, проигравшего выборы	0.1001	0.1124	0.1703
Число избирателей, проголосовавших в данной УИК за победителя выборов	11	621	2278
Число избирателей, проголосовавших в данной УИК за кандидата, проигравшего выборы	1	117	421
Число избирателей, принявших участие в выборах в данной УИК	7	738	2589
Доля избирателей, принявших участие в выборах, от числа избирателей, зарегистрированных в данной УИК	0.6060	0.7205	0.9958

\* Здесь средние значения показателей вычислялись по формуле:

$$\bar{x} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \xi \hat{p}(\xi) d\xi, \text{ где } \hat{p}(\xi) - \text{ аппроксимация Розенблатта-Парзена соответствующей слу-}$$

чайной последовательности.

голосовавших в данной УИК за победителя выборов»  $[\alpha_{УИК}]_i^{(1)}$  (показатель № 1);

– «доля избирателей в процентах, проголосовавших в данной УИК за кандидата, проигравшего на выборах»  $[\alpha_{УИК}]_i^{(2)}$  (показатель № 2);

– «относительная явка избирателей на выборы в данной УИК в процентах»  $[\alpha_{УИК}]_i$  (показатель № 3),

округленные до второй цифры после запятой с помощью преобразований:

$$\begin{aligned} & \text{round}\left([\alpha_{УИК}]_i^{(1)} \cdot 10^4\right) / 10^2; \\ & \text{round}\left([\alpha_{УИК}]_i^{(2)} \cdot 10^4\right) / 10^2; \\ & \text{round}\left([\alpha_{УИК}]_i \cdot 10^4\right) / 10^2. \end{aligned}$$

Далее в округленных до второй цифры после запятой подсчитывалась количество случаев, в которых была обнаружена каждая из цифр 0, 1, ..., 9. Результаты подсчетов представлены в таблице 5.

Из табл. 5 видно, что встречаемости цифр

Результаты анализа распределений первой после десятичной запятой цифры

Цифра	Показатель № 1	Показатель № 2	Показатель № 3
0	9038	8926	9086
1	9312	9579	9070
2	9440	8999	8755
3	8612	8983	9181
4	8659	8937	8609
5	8892	9089	9095
6	9324	9197	8901
7	9384	8738	9687
8	8591	8727	8799
9	8749	8826	8818

являются случайными числами, значения которых находятся в диапазонах: [8591,9440] (показатель № 1); [8727,9579] (показатель № 2); [8755,9687] (показатель № 3). (Напомним, что в предположении о равномерном законе распределения последней цифры в выбранных показателях встречаемость каждой из цифр должна равняться 9000.) В этой связи с помощью критерия  $\chi^2$  – квадрат были проверены гипотезы о равномерном распределении последней цифры выбранных показателей. Значения критериев, вычисленных для показателей № 1, 2, 3,  $\chi_1^2$ ,  $\chi_2^2$ ,  $\chi_3^2$  оказались равными 117.067, 62.08, 91.35, соответственно. В то время как, граничные значения критерия  $\chi_{теор}^2(9) = 15.51$ . Таким образом,  $\chi_{1,2,3}^2 > \chi_{теор}^2(9)$ , поэтому гипотезы о равномерном законе распределения последней цифры в выбранных показателях, округленных до второй цифры после запятой, должна быть отвергнута.

Полученный результат позволяет сделать вывод о том, что метод анализа распределения последней цифры электоральных показателей, обнаруживает отличие от равномер-

ного закона распределения даже в случае подтвержденного отсутствия преднамеренных фальсификаций электоральных данных. Следовательно, данный метод не может применяться для выявления преднамеренных фальсификаций электоральных данных.

## 2. Метод Бебера и Скакко [21]

В соответствие с методом Бебера и Скакко для указанных выше электоральных показателей, округленных до двух значащих цифр после запятой, были вычислены числа встречаемости пар, составленных из одинаковых цифр 0, 1, ..., 9, находящихся в первом и втором разрядах после запятой, представлены в табл. 6.

Из табл. 6 видно, что встречаемости пар цифр являются случайными числами, значения которых находятся в диапазонах: [705,1066] (показатель № 1); [682,1069] (показатель № 2); [850,1048] (показатель № 3). (Напомним, что в предположении о равномерном законе распределения пар, составленных из одинаковых цифр в первом и втором разрядах после запятой, встречаемость каждой из пар цифр в выбранных показателях

Таблица 6

Результаты анализа распределений пар одинаковых цифр, в первом и втором разрядах после запятой

Цифра	Показатель № 1	Показатель № 2	Показатель № 3
0	920	721	920
1	935	1030	885
2	912	1069	850
3	1039	897	950
4	705	899	895
5	797	835	1048
6	1066	847	910
7	774	798	1041
8	884	784	943
9	803	682	912

должна равняться 900.) В этой связи с помощью критерия  $\chi^2$  – квадрат были проверены гипотезы о равномерном распределении последней цифры выбранных показателей. Значения критериев, вычисленных для показателей № 1, 2, 3,  $\chi_1^2$ ,  $\chi_2^2$ ,  $\chi_3^2$  оказались равными 136.4878, 173.2552, 55.0311, соответственно. В то время как, граничные значения критерия  $\chi_{теор}^2(9) = 15.51$ . Так как  $\chi_{1,2,3}^2 > \chi_{теор}^2(9)$  гипотезы о равномерном законе распределения пар, составленных из первой и второй цифр после запятой, в выбранных показателях, округленных до второй цифры после запятой, должна быть отвергнута.

Полученный результат позволяет сделать вывод о том, что метод анализа распределения пар цифр, составленных из первой и второй цифр после запятой, обнаруживает отличие от равномерного закона распределения даже в случае подтвержденного отсутствия преднамеренных фальсификаций электоральных данных. Следовательно, метод, основанный на анализе распределений цифр в электоральных показателях, не могут применяться для выявления преднамеренных фальсификаций электоральных данных.

Отметим, что аналогичные результаты были получены авторами при изучении распределений первой и второй цифр после запятой в ансамбле чисел  $\text{round}((n_2/n_1) \cdot$

$\cdot 10^4)/10^2$ , где  $\text{round}(\ )$  – функция округления до ближайшего целого числа,  $n_1 \in [N_{\min}, N_{\max}]$ ,  $n_2 \in [0, n_1]$  – целые числа, извлекаемые из генеральных совокупностей с равномерным законом распределения с областями рассеяния  $[N_{\min}, N_{\max}]$ ,  $[0, n_1]$ , которые, как очевидно, являются аналогом явки избирателей на выборы в данной УИК (здесь  $n_1$  число избирателей, зарегистрированных в данной УИК,  $n_2 \leq n_1$  – число избирателей, принявших участие в выборах в данной УИК) [22].

Таким образом, изложенные в данном разделе результаты отвергают методы электорально криминалистики, активно пропагандируемых А.В. Подлазовым [23,24], которые обнаруживают признаки масштабных фальсификаций, в том числе, в заведомом не фальсифицированных данных.

### 3. Метод Шпилькина [25–28]

Рассмотрим типичные зависимости доли числа голосов избирателей, проголосовавших за победителя выборов и кандидата, проигравших на выборах, от доли числа избирателей, принявших участие в выборах в данной УИК, вычисляемой как отношение числа избирателей, принявших участие в выборах к числу избирателей, зарегистрированных в данной УИК, представленные на рис. 8, а также приведенные ниже количественные характеристики линейных аппроксимаций данных зависимостей.

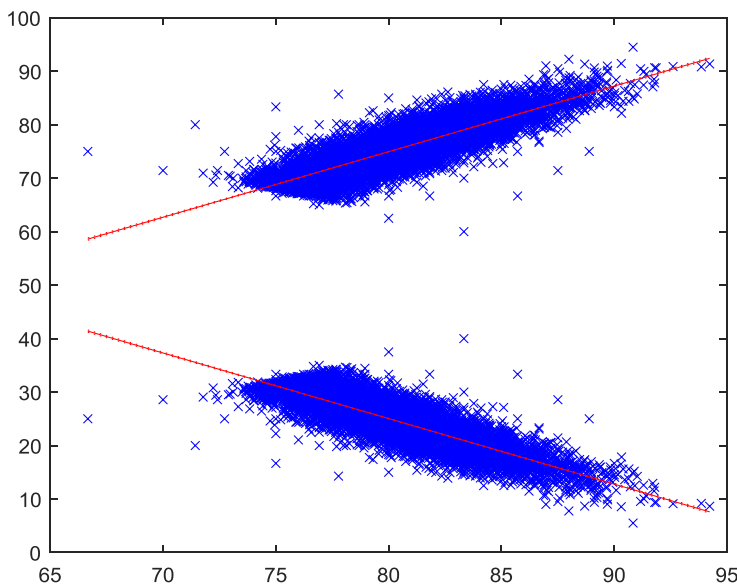


Рис. 8. Визуализация зависимостей  $[\alpha_{уик}]_i^{(1)} = f([\alpha_{уик}]_i)$  (вверху),  $[\alpha_{уик}]_i^{(2)} = f([\alpha_{уик}]_i)$  (снизу), вычисленные на основе анализа синтезированных электоральных данных, и их линейных аппроксимаций

### Количественные характеристики линейной аппроксимации зависимости

$$[\alpha_{УИК}]_i^{(1)} = f([\alpha_{УИК}]_i)$$

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	-23.159	0.63502	-36.47	1.6295e-273
x1	1.2264	0.0079009	155.23	0

Number of observations: 90000,

Error degrees of freedom: 89998

Root Mean Squared Error: 2.55

R-squared: 0.707, Adjusted R-Squared: 0.707

F-statistic vs. constant model: 2.41e+04, p-value = 0

### Количественные характеристики линейной аппроксимации зависимости

$$[\alpha_{УИК}]_i^{(2)} = f([\alpha_{УИК}]_i)$$

Linear regression model:

$$y \sim 1 + x1$$

Estimated Coefficients:

	Estimate	SE	tStat	pValue
(Intercept)	123.16	0.63502	193.94	0
x1	-1.2264	0.0079009	-155.23	0

Number of observations: 90000,

Error degrees of freedom: 89998

Root Mean Squared Error: 2.55

R-squared: 0.707, Adjusted R-Squared: 0.707

F-statistic vs. constant model: 2.41e+04, p-value = 0

Анализ зависимостей, представленных на рис. 9 и оценок статистических показателей линейных аппроксимаций данных зависимостей позволяет сделать вывод о том, и свойства оказываются схожими со свойствами аналогичных зависимостей, вычисленных в [1], на основе анализа электоральных данных, представленных УИК в ЦИК РФ по итогам проведенных в 2018 г. выборов Президента РФ. Действительно, аналогично зависимостям, изученным [1]:

– угловые коэффициенты прямых, аппроксимирующие зависимости  $[\alpha_{УИК}]_i^1 = f([\alpha_{УИК}]_i)$ ,  $[\alpha_{УИК}]_i^2 = f([\alpha_{УИК}]_i)$ , статистических значимо отличаются от нуля, что свидетельствует о наличии линейной связи между анализируемыми показателями электорального процесса;

– доля голосов избирателей, проголосовавших за победителя выборов, при увеличении доли избирателей, принявших участие в выборах в данной УИК, линейно возрастает, в то время как доля избирателей, проголосовавших за кандидата, проигравшего выборы, линейно уменьшается. (Объяснение данной особенности анализируемых зависимостей приведено в разделе 2.4.4.)

Таким образом, метод Шпилькина, будучи примененным для анализа синтезированных электоральных данных, в которых, гарантировано, не вносилось каких-либо изменений, обнаружил в них фальсификации. Это, с нашей точки зрения, свидетельствует о возможности его использования для анализа электоральных данных и требует критического пересмотра многочисленных выводов ЭОС, де-факто, обвиняющих избирательные органы РФ в электоральных преступлениях на основе, полученных с его помощью результатов.

#### 4. Модифицированный метод Шпилькина [29]

Напомним, что модифицированный метод Шпилькина, де-факто, основан на анализе зависимости  $N_i^{(1)}([\alpha_{УИК}]_i) = f(N_i^{(2)}([\alpha_{УИК}]_i))$ . При этом, в соответствие с гипотезой А.В. Подлазова, при отсутствии фальсификаций электоральных данных функция  $f(N_i^{(2)}([\alpha_{УИК}]_i))$  должна быть линейной:

$$N_i^{(1)}([\alpha_{УИК}]_i) = k \cdot N_i^{(2)}([\alpha_{УИК}]_i)$$

где  $k = const$ , а факт отклонения обсуждаемой зависимости от линейной свидетельствует об искусственном увеличении числа голосов избирателей, проголосовавших за победителя

выборов, и, соответственно, пропорциональном уменьшении голосов избирателей, проголосовавших за проигравшего кандидата, реализованном УИК с высокой явкой избирателей.

В этой связи модифицированный метод

Шпилькина был применен к синтезированным электоральным данным, в которые, заведомо, не вносились описанные выше фальсификации. Полученные при этом результаты представлены на рис. 9.

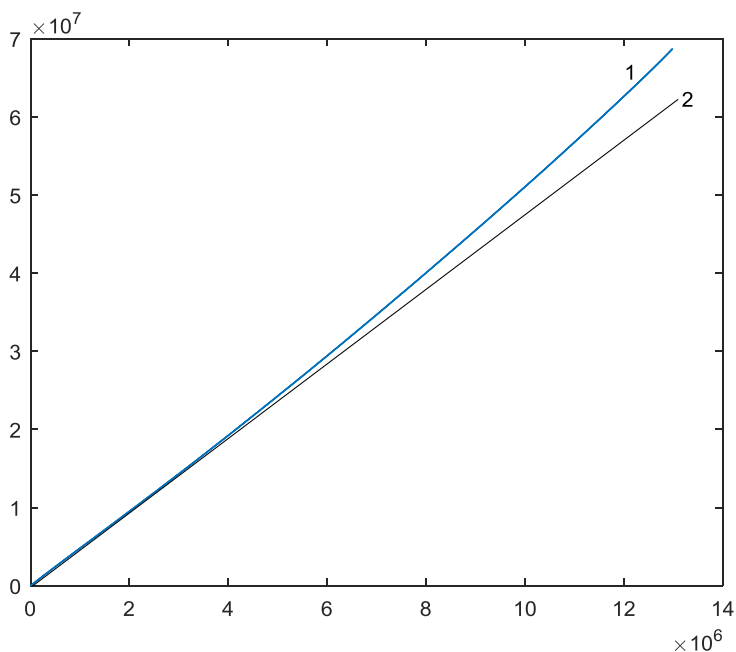


Рис. 9. Визуализации зависимости показателя «число голосов избирателей, проголосовавших за победителя выборов» от показателя «число голосов избирателей, проголосовавших за кандидата, проигравшего на выборах» (1) и зависимости в случае прямой пропорциональности данных показателей (2)

Из рис. 9 видно, что зависимость оказывается отличной от линейной, что с точки зрения модифицированного метода Шпилькина является подтверждением фальсификации анализируемых электоральных данных, которая, заведомо, не совершалась. Следовательно, обсуждаемый метод анализа электоральных данных, дающий ложный результат для синтезированного набора данных, не может применяться для выявления фальсификаций реальных электоральных данных, а выводы ЭОС, сделанные на его основе, должны быть пересмотрены.

Также необходимо отметить, что выводы, сделанные в данном разделе выше, также подтвердились результатами анализа электоральных данных, синтезированных в процессе 20 независимых испытаний, которые оказались аналогичными в каждом из независимых испытаний. Таким образом, опыт применения популярных у ЭОС методов, предназначенных для выявления фальсификаций электоральных данных, для анализа синтезированных электоральных данных свидетельствует о том, что в каждом независимом слу-

чае исследователь, с неизбежностью, должен был совершить ошибку второго рода (принять неверную гипотезу о фальсификации электоральных данных и отвергнуть верную гипотезу об отсутствии фальсификаций).

Анализ опыта использования и других известных формальных методов выявления электоральных аномалий, также позволил обнаружить, что ни один из данных методов не проходил тестирование на достоверность получаемых его помощью результатов, например, на основе использования синтезированных в соответствии с описанным в разделе 3.2 алгоритме. При этом, данные результаты ЭОС многократно использовали для делегитимации результатов выборов в органы государственной власти РФ различных уровней а, в ряде случаев дестабилизации общественно-политической ситуации в РФ (например, массовые политические выступления в РФ, начавшиеся после выборов в Государственную думу VI созыва 4 декабря 2011 г., которые продолжались во время кампании по выборам Президента РФ и после президентских выборов, состоявшихся 4 марта 2012 г.,

на которых В.В. Путин победил в первом туре).

В этой связи требуется проведение целенаправленных исследований с целью проверки адекватности результатов анализа электоральных данных, получаемых каждым из использованных ЭОС методов, которые выходят из рамки нашей работы, а также повышение ответственности (в том числе, на законодательном уровне) за использование методов анализа электоральных данных, работоспособность которых не была подтверждена научно, с целью целенаправленной делигитимации в выборах, проводимых в РФ, на основе полученных с их помощью результатов.

В условиях, когда достоверность формальных методов выявления электоральных аномалий оказывается не доказанной, с нашей точки зрения, единственным методом, обеспечивающим подтверждение легитимности выборов в органы государственной власти РФ, оказывает метод, основанный на опросах избирателей, проводимых на выходе с УИК (экзит-поллов). Подтверждением правомерности их использования является согласованность данных экзит-поллов, проведенных ВЦИОМ, в ходе выборов в 2018 г. Президента РФ, и официальных результатов выборов (см. раздел 2.5), а также результаты опросов экспертов, мониторинга общественного мнения накануне выборов в 2018 г. Президента РФ и результатов экзит-поллов, проведенных сотрудниками социологических подразделений уполномоченных органов государственной власти

### **Заключение**

1. Предложен алгоритм статистического синтеза электоральных данных, в котором входными параметрами являются: число избирательных участков, области рассеяния целочисленной случайной последовательности, образованной значениями числа избирателей, зарегистрированных в данной УИК; доли избирателей, проголосовавших в данной УИК за победителя выборов; доли избирателей, проголосовавших в данной УИК, за

кандидата, проигравшего выборы, и используется математическая модель плотности распределений данных случайных чисел, основанная на решении задачи о случайных блужданиях броуновской частицы в ограниченной области рассеяния, полученного М. Смолуховским; выходными параметрами – электоральные данные представляемые в ЦИК РФ УИК, созданных в субъектах РФ.

2. Проведен анализ статистических характеристик, синтезированных электоральных данных, значения которых оказались сравнимыми с аналогичными характеристиками, вычисленными на основе анализа электоральных данных о выборах в 2018 г. Президента РФ.

3. Проведен анализ свойств электоральных показателей, вычисленных на основе синтезированных электоральных данных, результаты которого показали:

– законы распределения второй цифры после запятой в показателях «относительная явка избирателей на выборы (в процентах)», «доля голосов избирателей, проголосовавших за победителя выборов (в процентах)», «доля голосов избирателей, проголосовавших за кандидата, проигравшего выборы (в процентах)», а также пар одинаковых цифр, стоящих в первом и во втором разрядах после запятой, не являются равномерными;

– метод Шпилькина и модифицированный метод Шпилькина обнаруживают фальсификации в синтезированных электоральных данных, в которых они заведомо отсутствовали.

В этой связи изученные методы электоральной криминалистики, наиболее часто используемые ЭОС для делигитимации результатов выборов в органы государственной власти РФ различных уровней и референдумов, результаты которых оказываются недостоверными, а также иные методы, основанные на предположении о нормальном законе распределения электоральных показателей, должны быть исключены из арсенала методов электоральной статистики.

---

### **Литература**

1. Поршнеv С.В., Рябко Н.Ю. Оценка адекватности одного метода выявления предполагаемых фальсификаций электоральных данных// С.В. Поршнеv, Н.Ю. Рябко// Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере, 2023, № 3 (49), С. 5-20.
2. Gilmiyarov R.V., L.I. Galimzyanova, Porshnev S.V., Chernova O.E. Comparative Quality Analysis of Random Number Generators in MATLAB and NumPy packages// Proceedings 2023 IEEE Ural-Siberian Conference on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBEREIT), Yekaterinburg, Russian Federation, 2023, pp. 293-297, doi: 10.1109/USBEREIT58508.2023.10158838.

3. Эйнштейн А. О движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц, требуемом молекулярно-кинетической теорией теплоты// Броуновское движение. – М.: ОНТИ-НКТП-СССР, 1936. С. 13–25.
4. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Физматгиз, 1961. 407 с.
5. Смолуховский М. Броуновское молекулярное движение под действием внешних сил и его связь с обобщенным уравнением диффузии// Броуновское движение. – М.: ОНТИ-НКТП-СССР, 1936. С. 319–331.
6. Смолуховский М. Несколько примеров броуновского молекулярного движения под действием внешних сил// Броуновское движение. – М.: ОНТИ-НКТП-СССР, 1936. С. 205–225.
7. Смолуховский М. Три доклада о диффузии, броуновском молекулярном движении и коагуляции коллоидных частиц//Броуновское движение. – М.: ОНТИ-НКТП-СССР, 1936. С. 332–416.
8. Поршнев С.В. Компьютерное моделирование физических процессов и систем в пакете MATLAB. – М.: Горячая линия-Телеком, 2020. – 808 с.
9. Поршнев С.В., Овечкина Е.В., Каплан В.Е. Теория и алгоритмы аппроксимации эмпирических зависимостей и распределений. – Екатеринбург: УрО РАН, 2006. – 166 с.
10. Копосов А.С., Поршнев С.В. Случайные величины с ограниченной областью рассеяния: математическое и алгоритмическое обеспечение для оценивания плотностей вероятностей и функций распределений. – М.: Горячая линия-Телеком, 2019 г. 184 с.
11. Поршнев С.В., Копосов А.С. Программная библиотека ES&RP// Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016614275 (Заявка № 2016611747. Дата поступления 2 марта 2016 г. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 20 апреля 2016 г.)
12. Барлоу Р., Прошан Ф. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. – М.: Наука, 1984. – 328 с.
13. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
14. Матвиевский В.Р. Надежность технических систем. –М: Московский государственный институт электроники и математики, 2002. 113 с.
15. Острейковский В.А. Теория надёжности. 2-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2008. – 464 с.
16. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надёжности. – СПб.:БХВ-Петербург, 2006. – 702 с.
17. Rosenblatt M. Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function // The Annals of Mathematical Statistics., 1956. – Т. 27. Vol. 3. – P. 832–837.
18. Parzen E. On the estimation of probability density function and the mode // Ann. Math. Stat., 1962. – Vol. 33. – P. 1065–1076.
19. Сызранцев В.Н. Расчет прочностной надежности изделий на основе методов непараметрической статистики/В.Н. Сызранцев, Я.Н. Невелев, С.Л. Голофаст//–Новосибирск: Наука, 2008. – 128 с.
20. Симахин В.А. Робастные непараметрические оценки: адаптивные оценки взвешенного максимального правдоподобия в условиях статистической априорной неопределенности/ В.А. Симахин // –Saarbrucken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011. –292 с.
21. Beber V., Scacco A. What the Numbers Say: A Digit-Based Test for Election Fraud//Political Analysis, 2012. Vol. 20. P. 211–234.
22. Поршнев С.В., Рябко Н.Ю. Анализ распределений цифр в частных от деления двух целых случайных чисел /С.В. Поршнев, Н.Ю. Рябко// Научно-технический вестник Поволжья. 2023. № 8. С. 93–96.
23. Формальные методы выявления масштабных электоральных фальсификаций на материале федеральных выборов 1999–2018 гг. / Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019. № 2. 28 с. doi:10.20948/prepr-2019-2 URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-2> (Дата обращения 19.02.2022).
24. Подлазов А.В. Формальное выявление вымышленных результатов выборов // Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности: труды 3-й Международной конференции (6-7 февраля 2020 г., Москва). — М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2020.С. 176-190. URL: <https://keldysh.ru/future/2020/15.pdf> (Дата обращения: 29.01.2023)
25. Шпилькин С. Статистическое исследование результатов российских выборов 2007–2009 гг. // Троицкий вариант – наука, 2009. 21(40), 2–4. URL: <http://trv-science.ru/2009/10/statisticheskoe-issledovanie-rezultatov-rossijskix-vyborov-2007-2009-gg/> (Дата обращения: 28.02.2023).
26. Шпилькин С. Математика выборов – 2011 // Троицкий вариант – наука, 2011. 25(94), 2–4. URL: <https://troiskmsk.bezformata.com/listnews/troitckij-variant-nauka-25-94-20-12-2011/2246645/> (Дата обращения: 28.02.2023).
27. Шпилькин С. Двугорбая Россия // Троицкий вариант – наука, 2016. 20(214), 1–3. URL: <http://trv-science.ru/2016/10/dvugorbaya-rossiya/> <http://trv-science.ru/2016/10/dvugorbaya-rossiya/> (Дата обращения: 28.02.2023).

28. Шпилькин С. Выборы 2018 года: Фактор X и «пила Чурова» // Троицкий вариант – наука, 2018. 8(252), 8–10. URL: <http://trv-science.ru/2018/04/vybory-2018-faktor-x-i-pila-churova/> (Дата обращения: 28.02.2023).

29. Подлазов А.В. Реконструкция фальсифицированных результатов выборов с помощью интегрального метода Шпилькина// Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности: труды 4-ой Международной конференции (4–5 февраля 2021 г., Мос4ква\_ –М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. –С. 193–208. <https://keldysh.ru/future/2021/18.pdf> <https://doi.org/10/20948/future-2021-18> (Дата обращения: 08.10.2023).

## References

1. Porshnev S.V., Ryabko N.YU. Otsenka adekvatnosti odnogo metoda vviyavleniya predpolagaemykh falsifikatsiy elektoralnykh dannykh// S.V. Porshnev, N.YU. Ryabko// Vestnik UrFO. Bezopasnost v informatsionnoy sfere, 2023, № 3 (49), s. 5–20.

2. Gilmiyarov R.V., L.I. Galimzyanova, Porshnev S.V., Chernova O.E. Comparative Quality Analysis of Random Number Generators in MATLAB and NumPy packages// Proceedings 2023 IEEE Ural-Siberian Conference on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBREIT), Yekaterinburg, Russian Federation, 2023, pp. 293-297, doi: 10.1109/USBREIT58508.2023.10158838.

3. Eynshteyn A. O dvizhenii vzveshennykh v pokoyascheysya jidkosti chastits, trebuemom molekulyarno-kineticheskoy teoriiy teploty// Brounovskoe dvizhenie. – М.: ONTI-NKTP-SSSR, 1936. S. 13–25.

4. Gnedenko B.V. Kurs teorii veroyatnostey. – М.: Fizmatgiz, 1961. 407 s.

5. Smoluhovskiy M. Brounovskoe molekulyarnoe dvizhenie pod deystviem vneshnih sil i ego svyaz s obobschennym uravneniem diffuzii// Brounovskoe dvizhenie. – М.: ONTI-NKTP-SSSR, 1936. S. 319–331.

6. Smoluhovskiy M. Neskolko primerov brounovskogo molekulyarnogo dvizheniya pod deystviem vneshnih sil// Brounovskoe dvizhenie. – М.: ONTI-NKTP-SSSR, 1936. S. 205–225

7. Smoluhovskiy M. Tri doklada o diffuzii, brounovskom molekulyarnom dvizhenii i koagulyatsii kolloidnykh chastits//Brounovskoe dvizhenie. – М.: ONTI-NKTP-SSSR, 1936. S. 332–416.

8. Porshnev S.V. Kompyuternoe modelirovanie fizicheskikh protsessov i sistem v pakete MATLAB. – М.: Goryachaya liniya-Telekom, 2020. – 808 s.

9. Porshnev S.V., Ovechkina E.V., Kaplan V.E. Teoriya i algoritmyi approksimatsii empiricheskikh zavisimostey i raspredeleniy. – Ekaterinburg: UrO RAN, 2006. – 166 s.

10. Kopusov A.S., Porshnev S.V. Sluchaynyie velichinyi s ogranichennoy oblasti rasseyaniya: matematicheskoe i algoritmicheskoe obespechenie dlya otsenivaniya plotnostey veroyatnostey i funktsiy raspredeleniy. – М.: Goryachaya liniya-Telekom, 2019 g. 184 s.

11. Porshnev S.V., Koposov A.S. Programmnyaya biblioteka ES&RP// Svidetelstvo o gosudarstvennoy registratsii programmyi dlya EVM № 2016614275 (Zayavka № 2016611747. Data postupleniya 2 marta 2016 g. Data gosudarstvennoy registratsii v Reestre programm dlya EVM 20 aprelya 2016 g.)

12. Barlou R., Proshan F. Statisticheskaya teoriya nadejnosti i ispytaniya na bezotkaznost. – М.: Nauka, 1984. – 328 s.

13. Gnedenko B.V., Belyaev YU.K., Solovov A.D. Matematicheskie metodyi v teorii nadejnosti. – М.: Nauka, 1965. – 524 s.

14. Matvievskiy V.R. Nadejnost tehnikeskikh sistem. –М: Moskovskiy gosudarstvennyy institut elektroniki i matematiki, 2002. 113 s.

15. Ostreykovskiy V.A. Teoriya nadejnosti. 2-e izd., ispr. – М.: Vysshaya shkola, 2008. – 464 s.

16. Polovko A.M., Gurov S.V. Osnovy teorii nadejnosti. – SPb.:BHV-Peterburg, 2006. – 702 s.

17. Rosenblatt M. Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function // The Annals of Mathematical Statistics., 1956. – T. 27. Vol. 3. – P. 832–837.

18. Parzen E. On the estimation of probability density function and the mode // Ann. Math. Stat., 1962. – Vol. 33. – P. 1065–1076.

19. Syzrantsev V.N. Raschet prochnostnoy nadejnosti izdeliy na osnove metodov neparametricheskoy statistiki/V.N. Syzrantsev, YA.N. Nevelev, S.L. Golofast// – Novosibirsk: Nauka, 2008. – 128 s.

20. Simahin V.A. Robastnyie neparametricheskie otsenki: adaptivnyie otsenki vzveshennogo maksimalnogo pravdopodobiya v usloviyah statisticheskoy apriornoy neopredelennosti/ V.A. Simahin // –Saarbrucken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011. – 292 s.

21. Beber B., Scacco A. What the Numbers Say: A Digit-Based Test for Election Fraud//Political Analysis, 2012. Vol. 20. P. 211–234.

22. Porshnev S.V., Ryabko N.YU. Analiz raspredeleniy tsifr v chastnykh ot deleniya dvuh tselykh

sluchaynykh chisel /S.V. Porshnev, N.YU. Ryabko// Nauchno-tehnicheskiy vestnik Povoljya. 2023. № 8. S. 93–96.

23. Formalnyie metodyi vyyavleniya masshtabnykh elektoralnykh falsifikatsiy na materiale federalnykh vyborov 1999-2018 gg. / Preprinty IPM im. M.V. Keldyisha. 2019. № 2. 28 s. doi:10.20948/prepr-2019-2 URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-2> (Data obrascheniya 19.02.2022).

24. Podlazov A.V. Formalnoe vyyavlenie vyidumannyykh rezultatov vyborov // Proektirovanie buduschego. Problemyi tsifrovoy realnosti: trudyi 3-y Mejdunarodnoy konferentsii (6-7 fevralya 2020 g., Moskva). — M.: IPM im. M.V.Keldyisha, 2020.S. 176-190. URL: <https://keldysh.ru/future/2020/15.pdf> (Data obrascheniya: 29.01.2023)

25. SHpilkin S. Statisticheskoe issledovanie rezultatov rossiyskikh vyborov 2007–2009 gg. // Troitskiy variant – nauka, 2009. 21(40), 2–4. URL: <http://trv-science.ru/2009/10/statisticheskoe-issledovanie-rezultatov-rossijskix-vyborov-2007-2009-gg/> (Data obrascheniya: 28.02.2023).

26. SHpilkin S. Matematika vyborov – 2011 // Troitskiy variant – nauka, 2011. 25(94), 2–4. URL: <https://troiskmsk.bezformata.com/listnews/troitckij-variant-nauka-25-94-20-12-2011/2246645/> (Data obrascheniya: 28.02.2023).

27. SHpilkin S. Dvugorbaya Rossiya // Troitskiy variant – nauka, 2016. 20(214), 1–3. URL: <http://trv-science.ru/2016/10/dvugorbaya-rossiya/> <http://trv-science.ru/2016/10/dvugorbaya-rossiya/> (Data obrascheniya: 28.02.2023).

28. SHpilkin S. Vyiboryi 2018 goda: Faktor H i «pila CHurova» // Troitskiy variant – nauka, 2018. 8(252), 8–10. URL: <http://trv-science.ru/2018/04/vybory-2018-faktor-x-i-pila-churova/> (Data obrascheniya: 28.02.2023).

29. Podlazov A.V. Rekonstruktsiya falsifitsirovannykh rezultatov vyborov s pomoschyu integralnogo metoda SHpilkina// Proektirovanie buduschego. Problemyi tsifrovoy realnosti: trudyi 4-oy Mejdunarodnoy konferentsii (4–5 fevralya 2021 g., Mos4kva\_ –M.: IPM im. M.V. Keldyisha, 2021. – S. 193–208. <https://keldysh.ru/future/2021/18.pdf> <https://doi.org/10/20948/future-2021-18> (Data obrascheniya: 08.10.2023).

---

**ПОРШНЕВ Сергей Владимирович**, доктор технических наук, профессор, директор Учебно-научного центра «Информационная безопасность» федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина». 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32. E-mail: s.v.porshnev@urfu.ru

**PORSHNEV Sergey Vladimirovich**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Director of the Educational and Scientific Center «Information Security» of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin». 620002, Yekaterinburg, st. Mira, 32. E-mail: s.v.porshnev@urfu.ru

**РЯБКО Николай Юрьевич**, аспирант федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина». 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32. E-mail: N.Yu.Ryabko@urfu.ru

**RYABKO Nikolay Yurievich**, post-graduate student of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education “Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin”. 620002, Yekaterinburg, st. Mira, 32. E-mail: N.Yu.Ryabko@urfu.ru