УДК 004.056.2; 316.334.3:324(470+571) Вестник УрФО № 1(59) / 2026, с. 5–19

Поршнев С.В., Рябко Н.Ю.

DOI: 10.14529/secur260101

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ЭЛЕКТОРАЛЬНОЙ КРИМИНАЛИСТИКИ (ЧАСТЬ 2)

В первой части статьи проведен обзор методов электоральной криминалистики (ЭК), наиболее часто используемых для анализа электоральных данных (ЭД) и вычисленных на их основе электоральных показателей (ЭП), публикуемых Центральной избирательной комиссией (ЦИК) по результатам проведенных выборов с целью выявления в них преднамеренно внесенных аномалий (фальсификации ЭД), в числе которых:

– методы ЭК, основанные проверке соответствия эмпирических плотностей распределений (ПР) и функций распределений (ФР) цифр и пар одинаковых цифр в ЭП законам Бенфорда, Стиглера и их известным модификациям, предложенным Л. Леемано м и Д. Бохлером, а также Л. Перикки и Д. Торресом;

– метод А. Собянина и В. Суховольского;

– метод С. Шпилькина[1];

– метод А. Подлазова,

которые, однако, не имеются по собой научно-обоснованного базиса, в связи с чем требуется их целенаправленные исследования.

Далее в статье был проведен аналитического анализ метода А. Собянина и В. Суховольского, результаты которого опровергли гипотезу о возможности его использования для анализа ЭД и ЭП.

Во второй части статьи рассматриваются результаты применения перечисленных выше методов ЭК к модельным ЭД, в которые заведомо не вносились целенаправленно какие-либо искажения, синтезированные в соответствие с предложенным авторами алгоритмом. Анализ полученных результатов позволил сделать обоснованный вывод о том, что изученные методы ЭК обнаружили признаки целенаправленно внесенных аномалий в модельных заведомо нефальсифицированных электоральных данных. в том числе, и синтезированных заведомо нефальсифицированных ЭД. В этой связи изученные методы ЭК не должны использоваться в практике ЭК, а сделанные ранее на основе их применения выводы о выявлении масштабных фальсификаций ЭД, опубликованных по итогам выборов в органы государственной власти Российской федерации, органы местного самоуправления и референдумов, проводившихся в XXI в., требуют критического переосмысления.

Ключевые слова: *электоральная криминалистика, электоральные данные, электоральные показатели, фальсификация электоральных данных, избирательная комиссия, выборы, случайная величина с ограниченной областью рассеяния, случайные блуждания, плотность распределения, функция распределения.*

Porshnev S.V., Ryabko N.Yu.

THE ELECTORAL FORENSICS METHODS RESEARCH (PART 2)

The first part article provides an overview of the electoral forensics methods (EF), which are most often used to analyze electoral data (ED) and calculated electoral indicators (EI) based on them, published by the Central Election Commission (CEC) based on of the result selections in order to identify intentionally introduced anomalies (ED falsifications), including which:

– the EF methods based on checking the empirical the EI digits distribution densities (PR) and the EI digits distribution functions (FR) of and the identical digits pairs correspondence to the Benford, Stigler laws and their well-known modifications proposed by L. Leeman and D. Bohler, as well as L. Pericchi and D. Torres;

– the method of A. Sobyanin and V. Sukhovolsky;

– the method of S. Shpilkin;

– the A. Podlazov's method,

which, however, do not have a scientifically sound basis, and therefore require their targeted research.

Further in the article, an analytical analysis of the A. Sobyanin and V. Sukhovolsky method was carried out, the results of which refuted the hypothesis about the possibility of its use for the analysis of ED and EI.

The second part article examines the applying the above-mentioned EF methods to model ED result, which obviously did not purposefully introduce any distortions synthesized in accordance with the algorithm proposed by the authors. The obtained results analysis allowed us to make a reasonable conclusion that the EF methods studied revealed signs of purposefully introduced anomalies in the deliberately unfixed model electoral data. including synthesized deliberately unfalsified ED. In this regard, the studied EF methods should not be used in EC practice, and the conclusions drawn earlier on the basis of their application on the identification of large-scale falsifications of ED published following the results of elections to state authorities of the Russian Federation, local governments and referendums held in the 21st century require critical rethinking.

Keywords: *electoral forensics, electoral data, electoral indicators, falsification of electoral data, electoral commission, elections, random variable with a limited scattering area, random walks, distribution density, distribution function.*

В связи с высокой социальной и политической значимостью публично озвучиваемых выводов о соответствии результатов проведенных выборов ействительным электоральным предпочтениям избирателей, сделанных на основе применения к публикуемым ЭД методов ЭК, очевидна необходимость оценки адекватности получаемых при этом результатов.

Для этого, как очевидно, достаточно провести анализ результатов применения методов ЭК к ЭД, опубликованным по результатам «абсолютно честных» выборов. Однако, способов получения прямых доказательств «абсолютной честности» проведенных выборов, признаваемых всеми участниками политического процесса, в настоящее время не существует. Выход из данной ситуации состоит в использовании наборов синтезированных (модельных) ЭД, в которые, заведомо, не вносились какие-либо изменения, статистические свойства которых должны быть подобными статистическим свойствам реальных ЭД.

Для обоснования алгоритма генерации модельных ЭД был проведен системный анализ структуры ЭД, публикуемых по окончанию выборов, проводимых с использованием 4-х уровневой избирательной системы, архитектура которой аналогична архитектуре избирательной системы Российской Федерации (РФ). Далее на основе использования результатов, полученных на первом этапе исследования, был разработан алгоритм синтеза модельных ЭД, обоснован выбор математической модели функции распределения (ФР) ЭД, синтезированы модельные ЭД и проведено их сравнение, а также вычисленных на их основе ЭП, с аналогичными характеристиками реальных ЭД, опубликованных Центральной избирательной комиссией (ЦИК) РФ по результатам выборов в 2028 г. Президента России (далее Выборы-2018), подтвердивших непротиворечивость реальных и модельных ЭД. Далее синтезированные ЭД были использованы для оценки адекватности некоторых наиболее известных методов ЭК.

ВВЕДЕНИЕ

Данная статья является продолжением статьи [1], в которой было начато системное исследование известных методов ЭК, обеспечивающих по мнению их создателей и согласных с ними экспертов, занимающихся анализом и интерпретацией результатов проводимых выборов.

1. СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ ЭД И ВЫЧИСЛЯЕМЫХ НА ИХ ОСНОВЕ ЭП

Введем используемые далее понятия, используемые для описания первичных ЭД, и вычисляемых на их основе ЭП. Предположим, что в стране «N» создана иерархическая избирательная система, состоящая из 4 уровней иерархии: 1-ый уровень иерархии – ЦИК, 2-ой уровень иерархии – избирательные комиссии (ИК); 3-ый уровень иерархии – территориальные избирательные комиссии (ТИК); 4-ый уровень иерархии – участковые избирательные комиссии (УИК). При этом названия каждой из ИК, ТИК и УИК являются уникальными.

Обозначим:

– число ИК, созданных ЦИК $N^{EC}_{ЦИК}$;

– нумерованное множество, составленное из названий ИК, (в математике – кортеж)

$$Name_{\langle ИК \rangle} = \bigcup_{i=1}^{N^{EC}_{ЦИК}} \left[Name_{\langle ИК \rangle} \right]_i, \ (\left[Name_{\langle ИК \rangle} \right]_{i_1} \neq \left[Name_{\langle ИК \rangle} \right]_{i_2}, \ i_1 \neq i_2);$$

– единичный вектор размерности $N^{EC}_{ЦИК} \times 1$:

$$\left[N^{EC}_{ИК} \right]_i = 1, \ i = \overline{1, N^{EC}_{ЦИК}}, \ N^{EC}_{ЦИК} = \sum_{i=1}^{N^{EC}_{ЦИК}} \left[N^{EC}_{ИК} \right]_i;$$

– вектор, значения координат которого равняются числу ТИК, созданных i-ой ИК $\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_i$;

– множество, составленное кортежей формата <Название i-ой ИК_Название j-ой ТИК, созданной i-ой ИК>:

$$Name_{\langle ТИК \rangle} = \bigcup_{i=1}^{N^{EC}_{ИК}} \bigcup_{j=1}^{\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_i} \left[Name_{\langle ИК \rangle} \right]_i . \left[Name_{\langle ТИК \rangle} \right]_j,$$

при этом $\left[Name_{\langle ТИК \rangle} \right]_{j_1} \neq \left[Name_{\langle ТИК \rangle} \right]_{j_2}$, если $j_1 \neq j_2$;

– матрицу, элементы которой число ТИК, созданных в i-ой ИК, $\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{i,j}, \ i = \overline{1, N^{EC}_{ИК}}, \ j = \overline{1, \left[N^{EC}_{ИК} \right]_i}$;

– множество, составленное из матриц $\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{i,j}$:

$$N^{EC}_{ТИК} = \bigcup_{i=1}^{N^{EC}_{ИК}} \bigcup_{j=1}^{\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_i} \left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{i,j},$$

где $\sum_{j=1}^{\left[N^{C}_{ИК} \right]_i} \left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{i,j} = \left[N^{EC}_{ТИК} \right]_i$;

– множество, составленное кортежей формата <Название i-ой ИК.Название j-ой ТИК, созданной в i-ой ИК. Название k-ой УИК, созданной в (i,j)-ой ТИК>:

$$Name_{\langle УИК \rangle} = \bigcup_{i=1}^{N^{EC}_{ИК}} \bigcup_{j=1}^{\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_i} \bigcup_{k=1}^{\left[N^{EC}_{УИК} \right]_{i,j}} \left[Name_{\langle ИК \rangle} \right]_i . \left[Name_{\langle ТИК \rangle} \right]_j . \left[Name_{\langle УИК \rangle} \right]_k,$$

где $\left[Name_{\langle УИК \rangle} \right]_{k_1} \neq \left[Name_{\langle УИК \rangle} \right]_{k_2}$ для любых $k_1 \neq k_2$;

– тензор $\left[N^{EC}_{УИК} \right]_{i,j,k}$, $i = \overline{1, N^{EC}_{ИК}}$, $j = \overline{1, \left[N^{EC}_{ИК} \right]_i}$, $k = \overline{1, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{i,j}}$, элементы которого – число УИК, созданных (i,j)-ой ТИК, $\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{i,j} = \sum_{k=1}^{\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_i} \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{i,j,k}$.

– множество, составленное из тензоров $\left[N^{EC}_{УИК} \right]_{i,j,k}$:

$$N^{EC}_{УИК} = \bigcup_{i=1}^{N^{EC}_{ИК}} \bigcup_{j=1}^{\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_i} \bigcup_{k=1}^{\left[N^{EC}_{УИК} \right]_{i,j}} \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{i,j,k}.$$

Поясним введенные обозначения следующими примерами.

1. «Виртуальные» выборы проводились в стране с избирательной системой, имеющей следующую структуру: ЦИК, создавший 3 ИК, далее в каждой ИК – 2 ТИК, и затем в каждой ТИ – 2 УИК. Следовательно, на уровнях:

1) ЦИК и ИК:

$$N^{EC}_{ЦИК} = 3, \ N^{EC}_{ИК} = (1,1,1), \ Name_{\langle ИК \rangle} = \{ИК_1, ИК_2, ИК_3\}, \ N^{EC}_{ТИК} = (2,2,2);$$

2) ТИК:

$$\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{1,1} = 2, \left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{1,2} = 2, \left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{2,1} = 2, \left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{2,2} = 2, \left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{3,1} = 2, \left[N^{EC}_{ТИК} \right]_{3,2} = 2;$$

$$Name_{\langle ТИК \rangle} = \bigcup_{i=1}^{3} \bigcup_{j=1}^{\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_i} \left[Name_{\langle ИК \rangle} \right]_i \_ \left[Name_{\langle ТИК \rangle} \right]_j =$$

$$\{ИК_1.ТИК_1, ИК_1.ТИК_2, ИК_2.ТИК_1, ИК_2.ТИК_2, ИК_3.ТИК_1, ИК_3.ТИК_2\};$$

3) УИК:

$$\left[N^{EC}_{УИК} \right]_{1,1,1} = 2, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{1,1,2} = 2, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{1,2,1} = 2, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{1,2,2} = 2,$$

$$\left[N^{EC}_{УИК} \right]_{2,1,1} = 2, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{2,1,2} = 2, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{2,2,1} = 2, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{2,2,2} = 2,$$

$$\left[N^{EC}_{УИК} \right]_{3,1,1} = 2, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{3,1,2} = 2, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{3,2,1} = 2, \left[N^{EC}_{УИК} \right]_{3,2,2} = 2,$$

$$Name_{\langle УИК \rangle} = \bigcup_{i=1}^{3} \bigcup_{j=1}^{\left[N^{EC}_{ТИК} \right]_i} \bigcup_{k=1}^{\left[N^{EC}_{УИК} \right]_{i,j}} \left[Name_{\langle ИК \rangle} \right]_i \_ \left[Name_{\langle ТИК \rangle} \right]_j \_ \left[Name_{\langle УИК \rangle} \right]_k =$$

$$\{ИК_1.ТИК_1.УИК_1, ИК_1.ТИК_1.УИК_2, ИК_1.ТИК_2.УИК_1, ИК_1.ТИК_2.УИК_2,$$
$$ИК_2.ТИК_1.УИК_1, ИК_2.ТИК_1.УИК_2, ИК_2.ТИК_2.УИК_1, ИК_2.ТИК_2.УИК_2,$$
$$ИК_3.ТИК_1.УИК_1, ИК_3.ТИК_1.УИК_2, ИК_3.ТИК_2.УИК_1, ИК_3.ТИК_2.УИК_2\}.$$

Таким образом, мощности множеств, состоящих из описанных выше структур составляют:

$$\left| N^{EC}_{ИК} \right| = 3, \ \left| N^{EC}_{ТИК} \right| = 3, \ \left| Name_{\langle ИК \rangle} \right| = 3, \left| N^{EC}_{ТИК} \right| = 6, \ \left| Name_{\langle ТИК \rangle} \right| = 6, \ \left| N^{EC}_{УИК} \right| = 12,$$
$$\left| Name_{\langle УИК \rangle} \right| = 12.$$

2. «Виртуальные» выборы проводились в стране с избирательной системой, имеющей

следующую структуру: ЦИК, создавший 3 ИК, далее в каждой в ИК № 1 созданы– одна ТИК, в ИК № 2 – две ТИК, в ИК № 3 –три ТИК и далее в каждой из ТИК – две УИК. Следовательно, на уровнях:

1) ЦИК и ИК:

$N^{EC}_{\text{ЦИК}}=3,\ N^{EC}_{\text{ИК}}=(1,1,1),\ Name_{\langle \text{ИК}\rangle}=\{\text{ИК}_1,\text{ИК}_2,\text{ИК}_3\},\ N^{EC}_{\text{ТИК}}=(1,2,3);$

2) ТИК:

$[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_{1,1}=1,[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_{2,1}=2,[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_{2,2}=2,[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_{3,1}=3,[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_{3,2}=3,[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_{3,2}=3;$

$Name_{\langle \text{ТИК}\rangle}=\{\text{ИК}_1.\text{ТИК}_1,\text{ИК}_2.\text{ТИК}_1,\text{ИК}_2.\text{ТИК}_2,\text{ИК}_3.\text{ТИК}_1,\text{ИК}_3.\text{ТИК}_2,\text{ИК}_3.\text{ТИК}_2\}.$

3) УИК:

$$[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{1,1,1}=2,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{1,1,2}=2,$$
$$[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{2,1,1}=2,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{2,1,2}=2,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{2,2,1}=2,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{2,2,2}=2,$$
$$[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{3,1,1}=3,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{3,1,2}=3,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{3,2,1}=3,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{3,2,2}=3,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{3,3,1}=3,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{3,3,2}=3;$$
$$Name_{\langle \text{УИК}\rangle}=\{\text{ИК}_1.\text{ТИК}_1.\text{УИК}_1,\text{ИК}_1.\text{ТИК}_1.\text{УИК}_2,$$
$$\text{ИК}_2.\text{ТИК}_1,\text{УИК}_1,\text{ИК}_2.\text{ТИК}_1.\text{УИК}_2,\text{ИК}_2.\text{ТИК}_2,\text{УИК}_1,\text{ИК}_2.\text{ТИК}_2.\text{УИК}_2,$$
$$\text{ИК}_3.\text{ТИК}_1.\text{УИК}_1,\text{ИК}_3.\text{ТИК}_1.\text{УИК}_2,$$
$$\text{ИК}_3.\text{ТИК}_2.\text{УИК}_1,\text{ИК}_3.\text{ТИК}_2.\text{УИК}_2,$$
$$\text{ИК}_3.\text{ТИК}_3.\text{УИК}_1,\text{ИК}_3.\text{ТИК}_3.\text{УИК}_2\}.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае мощности множеств $|Name_{\langle \text{ИК}\rangle}|$, $|N^{EC}_{\text{ТИК}}|$, $|Name_{\langle \text{ТИК}\rangle}|$, $|N^{EC}_{\text{УИК}}|$, $|Name_{\langle \text{УИК}\rangle}|$ оказываются аналогичными мощностям, изученных ранее множеств: $|N^{EC}_{\text{ТИК}}|=3$, $|Name_{\langle \text{ИК}\rangle}|=3, |N^{EC}_{\text{ТИК}}|=6,\ |Name_{\langle \text{ТИК}\rangle}|=6,\ |N^{EC}_{\text{УИК}}|=12,\ |Name_{\langle \text{УИК}\rangle}|=12.$

По аналогии с введенными параметрами электорального процесса обозначим.

1) На уровне УИК:

– число, зарегистрированных в (i,j,k)-ой УИК с названием $\text{ИК}_i.\text{ТИК}_j.\text{УИК}_k$:

$$[N^{ER}_{\text{УИК}}]_{i,j,k},\ i=\overline{1,N^{EC}_{\text{ИК}}},\ j=\overline{1,[N^{EC}_{\text{ИК}}]_i},\ k=\overline{1,[N^{EC}_{\text{ИК}}]_{i,j}};$$

– множество, составленное из тензоров $[N^{ER}_{\text{УИК}}]_{i,j,k}$:

$$N^{ER}_{\text{УИК}}=\bigcup_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ИК}}}\ \bigcup_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}\ \bigcup_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{ER}_{\text{УИК}}]_{i,j,k};$$

– количество избирателей, проголосовавших в (i,j,k)-ой УИК с названием $\text{ИК}_i.\text{ТИК}_j.\text{УИК}_k$, $[N^{V}_{\text{УИК}}]_{i,j,k}$;

– количество избирателей, проголосовавших в (i,j,k)-ой УИК с названием $\text{ИК}_i.\text{ТИК}_j.\text{УИК}_k$ за m-го кандидата (партию), $[N^{V}_{\text{УИК}}]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}$, $m=\overline{1,N_C}$, (N_C– число кандидатов (партий), принявших участие в выборах).

2) На уровне ТИК:

– число избирателей, зарегистрированных в (i,j)-ой ТИК с названием $\text{ИК}_i.\text{ТИК}_j$, $[N^{ER}_{\text{ТИК}}]_{i,j}=\sum_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{ER}_{\text{УИК}}]_{i,j,k}$;

– число избирателей, проголосовавших в (i,j)-ой ТИК с названием $\text{ИК}_i.\text{ТИК}_j$, $[N^{V}_{\text{ТИК}}]_{i,j}=\sum_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{V}_{\text{УИК}}]_{i,j,k}$;

– число избирателей, проголосовавших в (i,j)-ой ТИК с названием $\text{ИК}_i.\text{ТИК}_j$ за m-го кандидата: $[N^{V}_{\text{ТИК}}]^{\langle m\rangle}_{i,j}=\sum_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{V}_{\text{УИК}}]^{\langle m\rangle}_{i,j,k},\ \sum_{m=1}^{N_C}[N^{V}_{\text{ТИК}}]_{i,j,m}=[N^{V}_{\text{ТИК}}]_{i,j}.$

3) На уровне ИК:

– число избирателей, зарегистрированных в i-ой ИК с названием ИК_i;

$$[N^{ER}_{\text{ИК}}]_i=\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}[N^{ER}_{\text{ТИК}}]_{i,j}=\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}\sum_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{ER}_{\text{УИК}}]_{i,j,k};$$

– число избирателей, проголосовавших в i-ой ИК с названием ИК_i,

$$[N^{V}_{\text{ИК}}]_i=\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}[N^{V}_{\text{ТИК}}]_{i,j}=\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}\sum_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{V}_{\text{УИК}}]_{i,j,k};$$

– число избирателей, проголосовавших в i-ой ИК с названием ИК_i за m-го кандидата,

$$[N^{V}_{\text{ИК}}]^{\langle m\rangle}_i=\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}[N^{V}_{\text{ТИК}}]^{\langle m\rangle}_{i,j}=\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}\sum_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{V}_{\text{УИК}}]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}.$$

4) На уровне ЦИК:

– число зарегистрированных избирателей

$$N^{ER}_{\text{ЦИК}}=\sum_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ЦИК}}}[N^{ER}_{\text{ИК}}]_i=\sum_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ЦИК}}}\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}[N^{ER}_{\text{ТИК}}]_i=\sum_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ЦИК}}}\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}\sum_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{ER}_{\text{УИК}}]_{i,j,k};$$

– число избирателей, принявших участие в выборах

$$N^{V}_{\text{ЦИК}}=\sum_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ЦИК}}}[N^{V}_{\text{ИК}}]_i=\sum_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ЦИК}}}\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}[N^{V}_{\text{ТИК}}]_i=\sum_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ЦИК}}}\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}\sum_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{V}_{\text{УИК}}]_{i,j,k};\quad(1)$$

– число избирателей, проголосовавших за m-го кандидата,

$$[N^{V}_{\text{ЦИК}}]^{\langle m\rangle}=\sum_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ЦИК}}}[N^{V}_{\text{ИК}}]^{\langle m\rangle}_i=\sum_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ЦИК}}}\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}[N^{V}_{\text{ТИК}}]^{\langle m\rangle}_{i,j}=\sum_{i=1}^{N^{EC}_{\text{ЦИК}}}\sum_{j=1}^{[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}\sum_{k=1}^{[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}[N^{V}_{\text{УИК}}]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}.\quad(2)$$

Таким образом, структура ЭД, публикуемых после проведения выборов, на уровнях ЦИК, ИК, ТИК, УИК задаются кортежами:

$$\left\langle N^{EC}_{\text{ЦИК}},N^{V}_{\text{ЦИК}},[N^{V}_{\text{ЦИК}}]^{\langle m\rangle}\right\rangle,\ \left\langle N^{EC}_{\text{ИК}},Name_{\langle \text{ИК}\rangle},N^{V}_{\text{ИК}},[N^{V}_{\text{ИК}}]^{\langle m\rangle}\right\rangle,$$
$$\left\langle N^{EC}_{\text{ТИК}},Name_{\langle \text{ТИК}\rangle},N^{V}_{\text{ТИК}},[N^{V}_{\text{ТИК}}]^{\langle m\rangle}\right\rangle,\ \left\langle N^{EC}_{\text{УИК}},Name_{\langle \text{УИК}\rangle},N^{V}_{\text{УИК}},[N^{V}_{\text{УИК}}]^{\langle m\rangle}\right\rangle,$$

соответственно. При этом:

1) на уровне ЦИК количественные показатели $N^{EC}_{\text{ЦИК}},N^{V}_{\text{ЦИК}},[N^{V}_{\text{ЦИК}}]^{\langle m\rangle}$, $m=\overline{1,N_C}$ являются скалярными величинами;

2) на уровне ИК количественные показатели $N^{EC}_{\text{ИК}},N^{V}_{\text{ИК}},[N^{V}_{\text{ИК}}]^{\langle m\rangle}$ являются множествами, составленными из векторов размерности $N^{EC}_{\text{ЦИК}}\times 1$, $Name_{\langle \text{ИК}\rangle}$ – множество, составленное из названий ИК $(\{\text{ИК}_1,\text{ИК}_2,\ldots,\text{ИК}_{N^{EC}_{\text{ИК}}}\})$;

3) на уровне ТИК количественные показатели $N^{EC}_{\text{ТИК}},N^{V}_{\text{ТИК}}$, являются множествами, составленными из матриц $[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_{i,j}$, $[N^{V}_{\text{ТИК}}]_{i,j}$, $[N^{V}_{\text{ТИК}}]^{\langle m\rangle}_{i,j}$, $i=\overline{1,N^{EC}_{\text{ИК}}}$, $j=\overline{1,[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}$, $Name_{\langle \text{ТИК}\rangle}$ – множество составленное из записей типа $\langle \text{ИК}_i.\text{ТИК}_j\rangle$;

4) на уровне УИК количественные показатели $N^{EC}_{\text{УИК}},N^{V}_{\text{УИК}},[N^{V}_{\text{УИК}}]^{\langle m\rangle}$ являются множествами, составленными из тензоров $[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_{i,j,k}$, $[N^{V}_{\text{ТИК}}]_{i,j,k}$, $[N^{V}_{\text{ТИК}}]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}$, $i=\overline{1,N^{EC}_{\text{ИК}}}$, $j=\overline{1,[N^{EC}_{\text{ТИК}}]_i}$, $k=\overline{1,[N^{EC}_{\text{УИК}}]_{i,j}}$.

На основе использования описанных выше ЭД вычисляют следующие ЭП.

1. Явка избирателей на выборы на уровнях ЦИК, ИК, ТИК, УИК: $\alpha_{ЦИК}=\dfrac{N^V_{ЦИК}}{N^{ER}_{ЦИК}}$, $\left[\alpha_{ИК}\right]_i=\dfrac{\left[N^V_{ИК}\right]_i}{\left[N^{ER}_{ИК}\right]_i}$, $\left[\alpha_{ТИК}\right]_{i,j}=\dfrac{\left[N^V_{ИК}\right]_{i,j}}{\left[N^{ER}_{ИК}\right]_{i,j}}$, $\left[\alpha_{ТИК}\right]_{i,j,k}=\dfrac{\left[N^V_{ИК}\right]_{i,j,k}}{\left[N^{ER}_{ИК}\right]_{i,j,k}}$ соответственно.

2. Доля голосов избирателей проголосовавших на выборах на уровнях ЦИК, ИК, ТИК, УИК за m-го кандидата: $\left[\gamma_{ЦИК}\right]^{\langle m\rangle}=\dfrac{\left[N^V_{ЦИК}\right]^{\langle m\rangle}}{N^V_{ЦИК}}$, $\left[\gamma_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_i=\dfrac{\left[N^V_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_i}{\left[N^V_{ИК}\right]_i}$, $\left[\gamma_{ТИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j}=\dfrac{\left[N^V_{ТИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j}}{\left[N^V_{ИК}\right]_{i,j}}$, $\left[\gamma_{ТИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}=\dfrac{\left[N^V_{ТИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}}{\left[N^V_{ИК}\right]_{i,j,k}}$.

Таким образом, ЭП на уровнях ЦИК, ИК, ТИК и УИК задаются кортежами:
$\left\langle \alpha_{ЦИК},\left[\gamma_{ЦИК}\right]^{\langle m\rangle}\right\rangle$, $\left\langle \left[\alpha_{ИК}\right]_i,\left[\gamma_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_i\right\rangle$, $\left\langle \left[\alpha_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j},\left[\gamma_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j}\right\rangle$, $\left\langle \left[\alpha_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j,k},\left[\gamma_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}\right\rangle$,
$\alpha_{ЦИК},\left[\alpha_{ИК}\right]_i,\left[\alpha_{ТИК}\right]_{i,j},\left[\alpha_{УИК}\right]_{i,j,k}\in[0,1]$, $\gamma_{ЦИК},\left[\gamma_{ИК}\right]_i,\left[\gamma_{ТИК}\right]_{i,j},\left[\gamma_{УИК}\right]_{i,j,k}\in[0,1]$,
соответственно. При этом, очевидно, что, в общем случае,

$$\alpha_{ЦИК}\neq\left[\alpha_{ИК}\right]_i\neq\left[\alpha_{ТИК}\right]_{i,j}\neq\left[\alpha_{УИК}\right]_{i,j,k},$$
$$\left[\gamma_{ЦИК}\right]^{\langle m\rangle}\neq\left[\gamma_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_i\neq\left[\gamma_{ТИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j}\neq\left[\gamma_{ТИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}.$$

Отметим, что в случае проведения «абсолютно» честных выборов и отсутствия возможных непреднамеренных (технических) ошибок, допускаемых членами ЦИК, ИК, ТИК, УИК, соотношения (1), (2) выполняются точно. Непреднамеренные ошибки, допущенные членами избирательных комиссий различных уровней, будут приводить к возникновению в ЭД «случайного шума» не выходящего за пределы среднестатистической статистической погрешности. При наличии преднамеренно внесенных аномалий в ЭД (фальсификации ЭД) соотношения (1), (2) выполняться заведомо не будут.

2. АЛГОРИТМ ГЕНЕРАЦИИ МОДЕЛЬНЫХ ЭД

Результаты теоретико-множественного анализа ЭД и ЭП, изложенные в разделе 1, позволяют сделать выводы о том, что ЭД и вычисленные на их основе ЭП с точки зрения типов используемых для их представления чисел и природы данных чисел декомпозируются на следующие группы показателей.

Группа № 1 – целочисленные константы: $N^{EC}_{ЦИК}$, $\left[N^{EC}_{ИК}\right]_i$, $\left[N^{EC}_{ТИК}\right]_{i,j}$, $\left[N^{ER}_{УИК}\right]$, $i=\overline{1,N^{EC}_{ИК}}$, $j=\overline{1,\left[N^{EC}_{ТИК}\right]_i}$, $k=\overline{1,\left[N^{EC}_{УИК}\right]_{i,j}}$, N_C;

Группа № 2 – случайные целые числа $N^V_{ЦИК}$, $\left[N^V_{ИК}\right]_i$, $\left[N^V_{ТИК}\right]_{i,j}$, $\left[N^V_{УИК}\right]_{i,j,k}$, $i=\overline{1,N^{EC}_{ИК}}$, $j=\overline{1,\left[N^{EC}_{ТИК}\right]_i}$, $k=\overline{1,\left[N^{EC}_{УИК}\right]_{i,j}}$, $\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}$, $m=\overline{1,N_C}$, значения которых определяются активностью избирателей;

Группа № 3 – случайные действительные числа $\alpha_{ЦИК}$, $\left[\alpha_{ИК}\right]_i$, $\left[\alpha_{ИК}\right]_{i,j}$, $\left[\alpha_{ИК}\right]_{i,j,k}$, $\left[\gamma_{ЦИК}\right]^{\langle m\rangle}$, $\left[\gamma_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_i$, $\left[\gamma_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j}$, $\left[\gamma_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}$.

Отметим, что ЭП, отнесенные к группам № 2, 3, представляют собой случайные последовательности (СП), область значений которых ограничена. При этом, понятно, что для синтеза модельных ЭД (ЭД «виртуальных» выборов) на уровнях ТИК, ИК и ЦИК, достаточно, генерировать обсуждаемые СП на уровне УИК и далее вычислить значения ЭП на уровнях ТИК, ИК и ЦИК. Таким образом, алгоритм генерации модельных ЭД, достаточно очевиден.

1) Задать целочисленные значения констант, отнесенных к группе № 1.

2) Сгенерировать в соответствие с выбранными функциями (ФР) (выбор вида ФР и их параметров обсуждается в Разделе 3) целочисленные СП, содержащие значения $\left[N^{ER}_{УИК}\right]_{i,j,k}$, $\left[N^V_{УИК}\right]_{i,j,k}$, $\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j,k}$, $i=\overline{1,N^{EC}_{ИК}}$, $j=\overline{1,\left[N^{EC}_{ТИК}\right]_i}$, $k=\overline{1,\left[N^{EC}_{УИК}\right]_{i,j}}$, $m=\overline{1,N_C}$.

3) Вычислить значения ЭП на уровне ТИК: $\left[N^{ER}_{ТИК}\right]_{i,j}$, $\left[N^V_{ТИК}\right]_{i,j}$, $\left[N^V_{ТИК}\right]^{\langle m\rangle}_{i,j}$; уровне ИК: $\left[N^{ER}_{ИК}\right]_i$, $\left[N^V_{ИК}\right]_i$, $\left[N^V_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}_i$; уровне ЦИК $N^V_{ЦИК}$, $\left[N^V_{ИК}\right]^{\langle m\rangle}$.

Для целей нашего исследования можно упростить обсуждаемую модель «виртуальных» выборов, предположив, что в них участвуют два кандидата (де-факто, это означает объединение ЭД и ЭП каждого кандидата, проигравшего выборы, в ЭД и ЭП «единого» кандидата, проигравшего выборы), а также синтезировать ЭД на уровне УИК, пересчитываемые далее ЭД на уровне ЦИК.

Модифицированный алгоритм реализуется выполнением следующей последовательности действий.

1. Задать число зарегистрированных УИК $N_{УИК}$.

2. Выбрать закон распределения и область рассеяния случайной величины (СВ) $\left[N^{ER}_{УИК}\right]_k$, $k=\overline{1,N_{УИК}}$.

3. Сгенерировать $N_{УИК}$ целых случайных чисел (СЧ) в соответствие с выбранными в п. 2 законом распределения и областью рассеяния – последовательность $\left[N^{ER}_{УИК}\right]_k$, $k=\overline{1,N_{УИК}}$.

4. Выбрать законы распределения и области рассеяния СВ $\left[\gamma_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_k$, $\left[\gamma_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_k$ так, чтобы $\left(\left[\gamma_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_k+\left[\gamma_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_k\right)\leq 1$, $k=\overline{1,N_{УИК}}$.

5. В соответствие с выбранными в п. 6 законами распределения и областью рассеяния сгенерировать действительные СП $\left\{\left[\gamma_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_k\right\}$, $\left\{\left[\gamma_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_k\right\}$, $k=\overline{1,N_{УИК}}$.

6. Вычислить число избирателей, проголосовавших за каждого из кандидатов, в k-ой УИК: $\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle,\langle 2\rangle}_k=\mathrm{round}\left(\left[\gamma_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle,\langle 2\rangle}_k\left[N^{ER}_{УИК}\right]_k\right)$.

7. Вычислить число избирателей, принявших участие в выборах в k-ой УИК:

$$\left[N^{V}_{УИК}\right]_k = \mathrm{round}\left(\left(\left[\gamma_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_k + \left[\gamma_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_k\right)\left[N^{ER}_{УИК}\right]_k\right).$$

Вопросы, связанные с выбором математической модели ПР и ФР синтезированных модельных ЭД и их параметров обсуждаются в следующем разделе статьи.

3. МАТЕМАТИЧЕКАЯ МОДЕЛЬ ФУНЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ И ПЛОТНОСТЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ СИНТЕЗИРОВАННЫХ ЭЛЕКТОРАЛЬНЫХ ДАННЫХ И ЭЛЕКТОРАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Для практического использования модифицированного алгоритма синтеза ЭД, рассмотренного в предыдущем разделе статьи, необходимо выбрать вид и параметры ПР, используемой для синтеза СП $\left[N^{ER}_{УИК}\right]_k$, $\left[N^{V}_{УИК}\right]_k$, $\left[N^{ER}_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle,\langle 2\rangle}_k$, $\left[\mu_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle,\langle 2\rangle}_k$, $\left[N^{V}_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle,\langle 2\rangle}_j$, $k=\overline{1,N_{УИК}}$. При этом следует учитывать:

1) СП $\left[N^{ER}_{УИК}\right]_j$, $\left[N^{V}_{УИК}\right]_j$, $\left[N^{ER}_{УИК}\right]^{\langle i\rangle}_j$, $\left[N^{V}_{УИК}\right]^{\langle i\rangle}_j$, $\left[\alpha^{\%}_{УИК}\right]_j$, $\left[\mu^{\%}_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle,\langle 2\rangle}_j$, $\left[N^{V}_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle,\langle 2\rangle}_j$, $j=\overline{1,N_{УИК}}$, $i=\overline{1,N_C}$, представляют собой выборки, извлеченные из генеральных совокупностей, у которых области определения ПР представляют собой отрезки конечной длины (ограниченная область рассеяния);

2) часть методов ЭК, основано на гипотезе, постулированной, но не доказанной математически, о том, что СП, составленные из ЭД и вычисленных на их основе ЭП, имеют нормальный закон распределения, поэтому обнаруживаемые отличия эмпирических ПР от нормального закона распределения ЭК, их авторы, как признак внесения преднамеренно созданных аномалий в ЭД;

3) статистические свойства СП, области значений членов которых ограничены, аналогичны статистическим свойствам одномерных случайных (броуновских) блужданий в ограниченной с двух сторон области рассеяния (см., [2–4], а также [5]), эквивалентно, статистическим свойствам СВ с ограниченной областью рассеяния.

Математическая модель ПР СВ с ограниченной областью рассеяния, построенная в соответствие с методом мнимых источников, представляется выражением (см., например, [6,7]):

$$f_{LAD}(x;x_0,\sigma,l) = A\left[\varphi(x;x_0,\sigma,l) + \sum_{g=0}^{\infty}\varphi^{\pm}_{2g+1}(x;x_0,\sigma,l) + \sum_{g=1}^{\infty}\varphi^{\pm}_{2g}(x;x_0,\sigma,l)\right], \quad (1)$$

где A – коэффициент, выбираемый из условия нормировки:

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f_{LAD}(\xi;x_0,\sigma,l)\,d\xi = 1,$$

$$\varphi(x;x_0,\sigma) = \exp\left[-(x-x_0)^2/2\sigma^2\right],$$

$$\varphi^{\pm}_{2g+1}(x;x_0,\sigma,l) = \exp\left[-\left(x-x^{\pm}_{2g+1}\right)^2/2\sigma^2\right],$$

$$\varphi^{\pm}_{2g}(x;x_0,\sigma,l) = \exp\left[-\left(x-x^{\pm}_{2g}\right)^2/2\sigma^2\right],$$

здесь x_0 – координата порождающего источника, ПР которого описывается функцией $\varphi(x;x_0,\sigma,l)$, $[x_{\min},x_{\max}]$, – область рассеяния СВ, $l=x_{\max}-x_{\min}$ – размер области рассеяния, σ – параметр распределения, $x^{\pm}_{2g+1},x^{\pm}_{2g}$ – координаты мнимых источников, вычисляемые по формулам:

$$x^{\pm}_{2g} = \pm 4gl + x_0, \quad x^{\pm}_{2g+1} = \pm(4g+2)l - x_0,$$

где $g = 0,1,...$.

Соответственно, ФР СВ величины с ограниченной областью рассеяния вычисляется по формуле:

$$F_{LAD}(x;x_0,\sigma,l) = \int f_{LAD}(\xi;x_0,\sigma,l)\,d\xi = 1. \quad (2)$$

На практике, удовлетворительная точность вычисления ПР (10) и ФР (11) достигается при $g = 5$ [6].

Описания алгоритмов для оценки параметров ФР (10) и ПР (2) СВ с ограниченной областью рассеяния, моделирования случайных блужданий в неограниченных и ограниченных областях рассеяния, генерации СВ в соответствие с (2) приведены в [6, 7]. Их программные реализации размещены в программной MATLAB-библиотеке ES&RP [7], которая была использована авторами для синтеза ЭД, опубликованных по результатам «виртуальных» выборов, обсуждаемых далее.

Напомним, что в задачах оценки надежности технических систем и точности производства [8–11] используется известное в прикладной статистике усеченное нормальное распределение (УНР), которое имеет формальное сходство с рассмотренным выше распределением СВ с ограниченной областью рассеяния. Однако, у обсуждаемых распределений оказываются принципиально отличными способы генерации СВ и, соответственно, математические модели ФР. При генерации СП, ПР которых соответствуют УНР, используют алгоритм, реализующийся выполнением следующей последовательности действий.

1. Генерация в соответствие с нормальным законом распределения СП $N(\mu,\sigma)$, СП $\{x\}$.

2. Извлечение из СП $\{x\}$ СП $\{x'\}$, члены которой удовлетворяют следующему условию:

$$x_{\min} \le x'_k \le x_{\max},$$

где $x_{\min},x_{\max}$ – точки усечения нормального распределения.

ПР УНР $N'(\mu,\sigma,x_{\min},x_{\max})$ вычисляется по формуле:

$$f_{LIM}(x;\mu,\sigma,x_{\min},x_{\max}) = \frac{1}{\sigma}\frac{\varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{x_{\max}-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{x_{\min}-\mu}{\sigma}\right)},$$

где $\varphi(\xi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\xi^2}$, $F(x)=\int_{-\infty}^{x}\varphi(\xi)d\xi$ – функция Лапласа, μ,σ – параметры исходного (порождающего) нормального распределения.

ФР УНР $N'(\mu,\sigma,x_{\min},x_{\max})$ вычисляется по формуле:

$$F_{LIM}(x;\mu,\sigma,x_{\min},x_{\max})=A\int_{-\infty}^{x}f_{LIM}(x;\mu,\sigma,x_{\min},x_{\max})d\xi,$$

где A – нормировочный коэффициент, обеспечивающий выполнение условия

$$A\int_{-\infty}^{\infty}f_{LIM}(x;\mu,\sigma,x_{\min},x_{\max})d\xi=1\cdot$$

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ ЭК К СИНТЕЗИРОВАННЫМ ЭД И ЭП

4.1. ПАРАМЕТРЫ ГЕНЕРАЦИИ МОДЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

Параметры имитационной модели, использованные для генерации модельных ЭД в предположении, что в выборах принимали участие два кандидата, представлены в таблице 1.

Таблица 1

Параметры имитационной модели, сгенерировавшей модельные ЭД

Название параметра	Обозначение параметра	Значение
Параметры, используемые для генерации числа избирателей, зарегистрированных в данных УИК		
Число участковых избирательных комиссий	$N_{УИК}$	$9\cdot10^4$
Математическое ожидание порождающего нормального распределения	μ	1017
Дисперсия порождающего нормального распределения	σ	502
Левая граница области рассеяния	a_1	6
Правая граница области рассеяния	a_2	10000
Параметры, используемые для генерации доли избирателей, проголосовавших в данной УИК за победившего на выборах кандидата		
Математическое ожидание порождающего нормального распределения	$\mu^{\langle 1\rangle}$	0,60
Дисперсия порождающего нормального распределения	σ_1^1	0,07
Левая граница области рассеяния	a_1^1	0,51
Правая граница области рассеяния	a_2^1	1,00
Параметры, используемые для генерации доли избирателей, проголосовавших в данной УИК за проигравшего на выборах кандидата		
Математическое ожидание порождающего нормального распределения	$\mu^{\langle 2\rangle}$	$(1-z_j)/2$ *
Дисперсия порождающего нормального распределения	$\sigma^{\langle 2\rangle}$	0,01
Левая граница области рассеяния	$a_1^{\langle 2\rangle}$	0,05
Правая граница области рассеяния	$a_2^{\langle 2\rangle}$	$1-z_j$ *

* z_j – доля избирателей, проголосовавших на i-ом участке за победителя выборов.

Отметим, что выбор значений параметров модели, представленных в таблице 3, обеспечил выполнение условия $[\gamma_{УИК}]_i^{\langle 1\rangle}+$ $+[\gamma_{УИК}]_i^{\langle 2\rangle}\in[0,9;1,0]$.

Вычисленные на основе использования модельных ЭД значения левой и правой границ интервалов изменения описанных выше ЭП, а также их средние значения приведены в таблице 2. Также отметим, что значения оценок ЭП, вычисленных на основе анализа модельных ЭД, оказались сравнимыми с соответствующими ЭП, опубликованным ЦИК РФ по результатам Выборов–2018 г. [12]. Например, число зарегистрированных избирателей, имевших право участвовать в «виртуальных» выборах, составило (соответственно, Выборах–2018 – 109 008 428), число избирателей, принявших участие в «виртуальных» выборах, составило (соответственно, в Выборах–2018 – 73 578 992,), явка избирателей на «виртуальные» выборы составила 80,31 % (соответственно, на Выборы–2018 – 67,54 %). В этой связи, был сделан вывод о том, что сгенерированные модельные ЭД, в которые заведомо не вносилось каких-либо изменений, можно использовать для оценки адекватности методов ЭК.

Таблица 2

Оценки минимального, среднего и максимального значений ЭП

ЭП	Минимальное значение	Среднее значение*	Максимальное значение
$\left[N_{УИК}^{ER}\right]_j$	11	1023	3179
$\left[\alpha_{УИК}^{\%}\right]_j^{\langle 1\rangle}$	0,5102	0,5995	0,8844
$\left[\alpha_{УИК}^{\%}\right]_j^{\langle 2\rangle}$	0,1001	0,1124	0,1703
$\left[N_{УИК}^{V}\right]_j^{\langle 1\rangle}$	11	621	2278
$\left[N_{УИК}^{V}\right]_j^{\langle 2\rangle}$	1	117	421
$\left[N_{УИК}^{V}\right]_j$	7	738	2589
$\left[\gamma_{УИК}^{\%}\right]_j$	0,6060	0,7205	0,9958

* средние значения СП, составленных из значений соответствующего ЭП, вычислялись по формуле:

$$\overline{x} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \xi\,\hat{p}(\xi)\,d\xi,$$

где $\hat{p}(\xi)$ – аппроксимация Розенблатта-Парзена ПР соответствующей СП (см., например [13]).

4.2. АНАЛИЗ ФР ЦИФР В ЭП

Методы ЭК, основанные на анализе ФР, описаны в [14–21]. В ходе проведенных исследований были использованы СП, составленные из следующих ЭП: $\left\{\left[\gamma_{УИК}\right]_j^{\langle 1\rangle}\right\}$, $\left\{\left[\gamma_{УИК}\right]_j^{\langle 2\rangle}\right\}$, $\left\{\left[\alpha_{УИК}\right]_j\right\}$, значения членов которых округленные с точностью до второй цифры после запятой преобразовывались в целые числа:

$\left[\Gamma_{УИК}^{\langle 1\rangle}\right]_j = \mathrm{round}\left(\left[\gamma_{УИК}\right]_j^{\langle 1\rangle}\cdot 10^4\right)\Big/10^2$ – (показатель № 1);

$\left[\Gamma_{УИК}^{\langle 2\rangle}\right]_j = \mathrm{round}\left(\left[\gamma_{УИК}\right]_j^{\langle 2\rangle}\cdot 10^4\right)\Big/10^2$ – (показатель № 2);

$\left[\mathrm{A}_{УИК}^{\langle 1\rangle}\right]_j = \mathrm{round}\left(\left[\alpha_{УИК}\right]_j\cdot 10^4\right)\Big/10^2$ – (показатель № 3).

Далее был проведен анализ встречаемости цифр d в последнем разряде показателей (ПРП) № 1–3 $\left(\left[d_{ПРП}\right]^{\langle k\rangle}, k=\overline{1,3}\right)$, результаты которого представлены в таблице 3, из которой видно, что частоты встречаемости цифр $\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 1\rangle}, \left[d_{ПРП}\right]^{\langle 2\rangle}, \left[d_{ПРП}\right]^{\langle 3\rangle}$ оказались СВ с ограниченными областями рассеяния: $\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 1\rangle} \in \left[8591,9440\right]$, $\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 2\rangle} \in \left[8727,9579\right]$, $\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 2\rangle} \in \left[8755,9687\right]$.

Данный результат, как очевидно, оказался отличным от результата, ожидавшегося, априори, – 9000 [14–21]. В связи с тем, что совокупности значений $\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 1\rangle}$, $\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 2\rangle}$, $\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 3\rangle}$ оказались некоторыми СП, с помощью критерия χ^2 была проверена статистическая гипотеза о соответствии их ФР и ПР, априори, ожидаемому равномерному закону распределения. Значения критерия χ^2 для обсуждаемых СП оказались равными $\left[\chi^2\right]^{\langle 1\rangle} = 117,067$, $\left[\chi^2\right]^{\langle 2\rangle} = 62,08$, $\left[\chi^2\right]^{\langle 3\rangle} = 91,35$. Так как $\left[\chi^2\right]^{\langle 1\rangle,\langle 2\rangle,\langle 3\rangle} >$

Таблица 3

Результаты анализа распределений последней цифры ЭП

Цифра (d)	$\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 1\rangle}$	$\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 2\rangle}$	$\left[d_{ПРП}\right]^{\langle 3\rangle}$
0	9038	8926	9086
1	9312	9579	9070
2	9440	8999	8755
3	8612	8983	9181
4	8659	8937	8609
5	8892	9089	9095
6	9324	9197	8901
7	9384	8738	9687
8	8591	8727	8799
9	8749	8826	8818

$> \chi^2_{теор}(9), = 15{,}51$ гипотеза о равномерном законе распределении изучаемых случайных последовательностей была отвергнута.

Следовательно, исследованный метод ЭК, обнаруживший признаки преднамеренно внесенных аномалий в модельные ЭД, не может использоваться для анализа реальных ЭД.

Результаты анализа распределений двух одинаковых цифр, находящихся в последнем и предпоследнем разрядах показателей (ПиПрРП) № 1–3 , $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 1\rangle}$, $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 2\rangle}$, $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 3\rangle}$ представлены в таблице 4, из которой видно, что частоты встречаемости пар одинаковых цифр в исследуемых ЭП $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 1\rangle}$, $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 2\rangle}$, $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 3\rangle}$ оказались СВ с ограниченными областями рассеяния: $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 1\rangle} \in [705, 1066]$,, $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 2\rangle} \in [682, 1069]$, $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 3\rangle} \in [850, 1048]$.

Таблица 4

Результаты анализа распределений пар одинаковых последних цифр

Пары цифра	$\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 1\rangle}$	$\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 2\rangle}$	$\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 2\rangle}$
00	920	721	920
11	935	1030	885
22	912	1069	850
33	1039	897	950
44	705	899	895
55	797	835	1048
66	1066	847	910
77	774	798	1041
88	884	784	943
99	803	682	912

Данный результат, как очевидно, оказался отличным от результата ожидавшегося, априори, – 900 [14–21]. В связи с тем, что совокупности значений $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 1\rangle}$, $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 2\rangle}$, $\left[d_{ПиПрРП}\right]^{\langle 3\rangle}$ некоторыми СП с помощью критерия χ^2 была проверена статистическая гипотеза о соответствии их ФР и ПР равномерному, априори ожидаемому, закону распределения. Значения критерия χ^2 для обсуждаемых СП оказались равными: $\left[\chi^2\right]^{\langle 1\rangle} = 136{,}4878$, $\left[\chi^2\right]^{\langle 2\rangle} = 173{,}2552$, $\left[\chi^2\right]^{\langle 2\rangle} = 55{,}0311$, соответственно Так как $\left[\chi^2\right]^{\langle 1\rangle,\langle 2\rangle,\langle 3\rangle} > \chi^2_{теор}(9), = 15{,}51$ гипотеза о равномерном законе распределении изучаемых СП была отвергнута.

Следовательно, исследованные методы ЭК, обнаруживающие признаки преднамеренно внесенных аномалий в модельные ЭД, не могут использоваться для анализа реальных ЭД.

4.3 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИМЕНЕНИЯ К МОДЕЛЬНЫМ ЭД МЕТОДОВ ЭК, ОСНОВАННЫХ НА АНАЛИЗЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ЭП

Рассмотрим зависимости $\left[\gamma_{УИК}\right]_k^{\langle 1\rangle} = f\left(\left[\gamma_{УИК}\right]_i\right)$, $\left[\gamma_{УИК}\right]_k^{\langle 2\rangle} = f\left(\left[\gamma_{УИК}\right]_i\right)$, представленные на рис. 2, которые в соответствие с методом С. Шпилькинаі [22–26] при отсутствии целенаправленно внесенных аномалий в ЭД должны аппроксимироваться прямыми параллельными оси абсцисс, и результаты их линейной аппроксимации, приведенные ниже.

Анализ приведенных выше результатов, позволяет сделать следующие выводы:

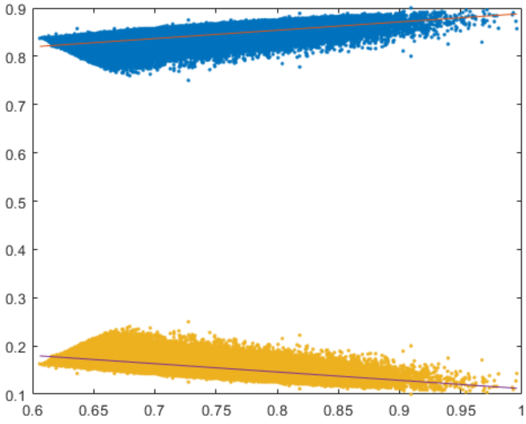

Рисунок 2. Визуализация зависимостей $\left[\gamma_{УИК}\right]_k^{\langle 1\rangle} = f\left(\left[\gamma_{УИК}\right]_k\right)$ (вверху), $\left[\gamma_{УИК}\right]_k^{\langle 2\rangle} = f\left(\left[\gamma_{УИК}\right]_k\right)$ (снизу)

Количественные характеристики линейной аппроксимации зависимости
$\left[\gamma_{УИК}\right]_k^{\langle 1\rangle} = f\left(\left[\gamma_{УИК}\right]_k\right)$

```
Linear regression model:
    y ~ 1 + x1
Estimated Coefficients:
                   Estimate        SE         tStat     pValue
                   ________    __________    ______     ______

    (Intercept)    0.71621     0.00057657    1242.2       0
    x1             0.17217     0.00079651    216.15       0

Number of observations: 90000, Error degrees of freedom: 89998
Root Mean Squared Error: 0.0147
R-squared: 0.342,  Adjusted R-Squared: 0.342
F-statistic vs. constant model: 4.67e+04, p-value = 0
```

Количественные характеристики линейной аппроксимации зависимости $\left[\gamma_{УИК}\right]_k^{\langle 2\rangle} = f\left(\left[\gamma_{УИК}\right]_i\right)$,

```
Linear regression model:
    y ~ 1 + x1
Estimated Coefficients:
                   Estimate        SE         tStat     pValue
                   ________    __________    ______     ______

    (Intercept)    0.71621     0.00057657    1242.2       0
    x1             0.17217     0.00079651    216.15       0

Number of observations: 90000, Error degrees of freedom: 89998
Root Mean Squared Error: 0.0147
R-squared: 0.342,  Adjusted R-Squared: 0.342
F-statistic vs. constant model: 4.67e+04, p-value = 0
Linear regression model:
    y ~ 1 + x1

Estimated Coefficients:
                   Estimate        SE          tStat     pValue
                   ________    __________    _______     ______

    (Intercept)     0.28379    0.00057657      492.2       0
    x1             -0.17217    0.00079651    -216.15       0

Number of observations: 90000, Error degrees of freedom: 89998
Root Mean Squared Error: 0.0147
R-squared: 0.342,  Adjusted R-Squared: 0.342
F-statistic vs. constant model: 4.67e+04, p-value = 0
```

– угловые коэффициенты прямых, аппроксимирующие зависимости $\left[\alpha_{УИК}\right]_i^1 = f\left(\left[\alpha_{УИК}\right]_i\right)$, $\left[\alpha_{УИК}\right]_i^2 = f\left(\left[\alpha_{УИК}\right]_i\right)$, статистических значимо отличаются от нуля, что свидетельствует о наличии линейной связи между анализируемыми показателями электорального процесса;

– доля голосов избирателей, проголосовавших за победителя выборов, при увеличении доли избирателей, принявших участие в выборах в данной УИК, линейно возрастает, в то время как доля избирателей, проголосовавших за кандидата, проигравшего выборы, линейно уменьшается.

Причины обусловившие полученные ре-

[i] С.А. Шпилькин 10.02.2023 включен Министерством юстиции Российской Федерации в реестр иностранных агентов в соответствие со статьей 7 Федерального закона от 14.07.2022 № 255-ФЗ «О контроле за деятельностью лиц, находящихся под иностранным влиянием».

зультаты, аналогичны причинам, позволившими отвергнуть метода Собянина-Суходольского в первой части статьи [1].

Таким образом, метод С. Шпилькина[i] в рассматриваемом случае совершил (в терминах теории обнаружения) ошибку второго рода.

Рассмотрим зависимость $\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_k = f\left(\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_k\right)$, представленную на рис. 3. (Напомним что в соответствие с методом А. Подлазова [28–30] при отсутствии аномалий, преднамеренно внесенных в ЭД, должна быть:

$$\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_j = \eta\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_j,$$

где $\eta = \text{const}$.) Случаи, в которых зависимость ЭД $\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_j$ от ЭД $\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_j$ отлична от линейной, интерпретируются автором обсуждаемого метода, как свидетельство искусственного увеличения $\left[N^V_{Level_k}\right]^{\langle 1\rangle}_j$ за счет уменьшения $\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_j$. Данный механизм фальсификации ЭД, по мнению А. Подлазова, используется, в первую очередь, на избирательных участках с высокой явкой избирателей.)

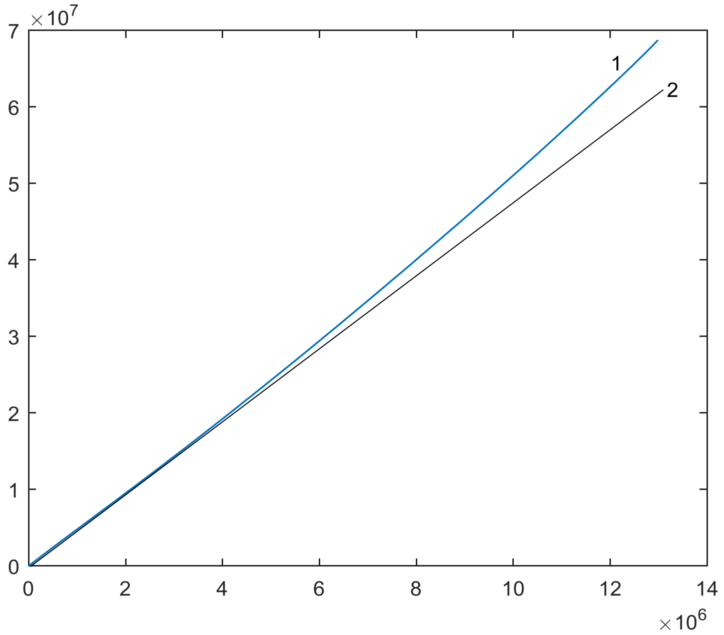

Рис 3. Графики функций: $1 - \left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_k = f\left(\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_k\right)$; $2 - \left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_K = \eta\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_K$

Из рисунка 3 видно, что зависимость $\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 1\rangle}_k = f\left(\left[N^V_{УИК}\right]^{\langle 2\rangle}_k\right)$, вычисленная на основе модельных заведомо нефальсифицированных ЭД, оказывается отличной от линейной. Таким образом, метод А. Подлазова в рассматриваемом случае в рассматриваемом случае совершил ошибку второго рода (в терминах теории обнаружения).

Следовательно, методы ЭК, рассмотренные в данном разделе, не должны применяться для выявления преднамеренно внесенных аномалий в ЭД.

Заключение

Выборы, призванные быть в демократических обществах инструментом мирного и легального решения разногласий между участниками политического процесса, зачастую, напротив, сами оказываются катализатором активизации противоборства политических сил, что подтверждается многочисленными примерами из истории история проведения выборов в конце XX – начале XXI в. в РФ, странах постсоветского пространства, других зарубежных странах. В ходе последующего обсуждения результатов проведенных выборов во многих случаях проигравшие кандидаты и их сторонники, исходя из собственных (зачастую субъективных) представлений о «действительных» электоральных настроениях, ставят под сомнение честность проведенных выборов, несмотря на принимаемые меры по противодействию потенциально возможной фальсификации ЭД, членами избирательных комиссий, в том числе: привлечение для мониторинга процесса голосования и подсчета голосов независимых наблюдателей (в том числе граждан других государств); оснащение избирательных участков средствами аудио- и видеофиксации; проведение социологических опросов накануне и экзиполлов в ходе проведения выборов.

Однако, оказывается, что применение перечисленных выше организационных и организационно-технических мер, а также наличие законодательных норм, регулирующих избирательный процесс, по мнению известных экспертов, занимающихся интерпретацией результатов проводимых выборов и референдумов (в первую очередь в РФ), отнюдь не являются гарантией недопущения масштабных фальсификаций электоральных данных в пользу победителя выборов. Выявить подобные факты призваны методы ЭК, основанные на сравнении тех или иных статистических характеристик ЭД и вычисляемых на их основе ЭП с некоторыми эталонами, которые, как показали результаты проведенного анализа зачастую, выбираются их авторами, субъективно, без должного научного обоснования.

В этой ситуации возникает бесконечная рекурсия, так для доказательства факта честного проведения выборов нужно использовать методы ЭК, для доказательства адекватности которых, в свою очередь, нужно использовать ЭД, опубликованные по результатам честно проведенных выборов, и т.д. (аналогично, известной истории о служителе культа и его любимой собаке). По мнению авторов возможный выход из описанной ситуации состоит в использовании синтезированных ЭД, статистические свойства которых близки к статистическим свойствам реальных электоральных данных.

Для подтверждения адекватности выбранного подхода решаемой задаче был разработан алгоритм синтеза ЭД, его программная реализация и подтверждена их работоспособность.

Проведенный анализ результатов применения популярных в настоящее время методов ЭК к синтезированным модельным ЭД и вычисленным на их основе ЭП позволил сделать обоснованный вывод о том, что все изученные методы ЭК обнаружили признаки фальсификаций модельных заведомо нефальсифицированных ЭД.

Следовательно, данные методы не должны использоваться в практике ЭК, а выводы, сделанные на основе результатов их применения, требуют критического переосмысления. Также необходимо отметить, что разработанный авторами статьи подход можно использовать для оценки адекватности как любого существующих сегодня, так и вновь разработанных методов ЭК.

Литература

1. Поршнев С.В., Рябко Н.Ю. Исследование методов электоральной криминалистики// Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере. –2025. –№ 4(58). –С. –21–35. DOI: 10.14529/secur250403.

2. Смолуховский М. Броуновское молекулярное движение под действием внешних сил и его связь с обобщенным уравнением диффузии// Броуновское движение. –М.: ОНТИ-НКТП-СССР, 1936. –С. 319–331.

3. Смолуховский М. Несколько примеров броуновского молекулярного движения под действием внешних сил// Броуновское движение. –М.: ОНТИ-НКТП-СССР, 1936. –С. 205–225.

4. Смолуховский М. Три доклада о диффузии, броуновском молекулярном движении и коагуляции коллоидных частиц// Броуновское движение. –М.: ОНТИ-НКТП-СССР, 1936. –С. 33–416.

5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. –М.: Физматгиз, 1961. –407 с.

6. Копосов А.С., Поршнев С.В. Случайные величины с ограниченной областью рассеяния: математическое и алгоритмическое обеспечение для оценивания плотностей вероятностей и функций распределений. –М.: Горячая линия-Телеком, 2019. –184 с.

7. Поршнев С.В., Копосов А.С. Программная библиотека ES&RP// Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016614275 (Заявка № 2016611747. Дата поступления 2 марта 2016 г. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 20 апреля 2016 г.)

8. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. –М.: Наука, 1965. –524 с.

9. Матвиевский В.Р. Надежность технических систем. –М: Московский государственный институт электроники и математики, 2002. –113 с.

10. Острейковский В.А. Теория надёжности. 2-е изд., испр. –М.: Высшая школа, 2008. –464 с.

11. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надёжности. –СПб.:БХВ-Петербург, 2006. –702 с.

12. . Поршнев С.В., Рябко Н.Ю. Опыт многомерного статистического анализа электоральных данных// Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере. –2023. –№ 2(48). –С. 5–29. DOI: 10.14529/secur230201

13. Сызранцев В.Н. Расчет прочностной надежности изделий на основе методов непараметрической статистики/В.Н. Сызранцев, Я.Н. Невелев, С.Л. Голофаст// –Новосибирск: Наука, 2008. –128 с.

14. Benford F. The Law of Anomalous Numbers// Proceedings of the American Philosophical Society. –1938. –Mar. 31. –Vol. 78. –№ 4. –P. 551–572.

15. Deckert J., M. Myagkov, Ordeshook P.C. The Irrelevance of Benford's Law for Detecting Fraud in Elections [Электронный ресурс] // Caltech/MIT Voting Technology Project Working Paper. №. 9. 2010. URL: http://vote.caltech.edu/content/irrelevance-benfords-law-detecting-fraud-elections (Дата обращения: 4.02.2023).

16. Diekmann A. Benford's Law and Fraud Detection: Facts and Legends/ Diekmann, Andreas, Ben Jann// German Economic Review. –2010. –Vol. 11 (3). –P. 397–401.

17. Shikano S. When Does the Second-Digit Benford's Law-Test Signal an Election Fraud? Facts or Misleading Test Results // Jahrbucher f. Nationalokonomie u. Statistik (Lucius & Lucius, Stuttgart 2011). –Bd. (Vol.) 231/5+6. –P. 719–732.

18. Breunig C. Searching for electoral irregularities in an established democracy: Applying Benford's Law tests to Bundestag elections in Unified Germany// Electoral Studies. –2011. –Vol. 30. –P. 534–545.

19. Leemann L., Bochsler D. A systematic approach to study electoral fraud// Electoral Studies. –2014. –Vol. 35. –P. 33–47.

20. Pericchi L., Torres D. Quick Anomaly Detection by the Newcomb-Benford Law, with Applications to Electoral Processes Data from the USA, Puerto Rico and Venezuela// Statistical Science. –2011. –Vol. 26. –№. 4. –P. 502–516.

21. Шалаев Н.Е. Электоральные аномалии в постсоциалистическом пространстве: опыт политологического анализа. Дисс…канд. политических наук по специальности 23.00.02 –Политические институты, процессы и технологии. –Санкт-Петербург: СПбГУ, 2016 г. –191 с.

22. Шпилькинi С. Статистическое исследование результатов российских выборов 2007–2009 гг. // Троицкий вариант – наука. –2009. –№ 21(40). –С. 2–4.

23. Шпилькинi С. Математика выборов – 2011 // Троицкий вариант – наука. –2011. –№ 25(94). –С. 2–4.

24. Шпилькинi С. Двугорбая Россия // Троицкий вариант – наука. –2016. № 20(214). –С. 1–3.

25. Шпилькинi С. Выборы 2018 года: Фактор Х и «пила Чурова» // Троицкий вариант – наука. –2018. –№ 8(252). –С. 8–10.

26. Шпилькинi С. Поправки на 27 миллионов // Троицкий вариант – наука. –2020. –№ 14(308). –С. 4–5.

27. Собянин А.А., Суховольский В.Г. Демократия, ограниченная фальсификациями. –М.: ИНТУ, 1995. –263 с.

28. Подлазов А.В. Формальные методы выявления масштабных электоральных фальсификаций на материале федеральных выборов1999-2018 гг. / Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. –2019. –№ 2. –28 с. doi:http://doi.org/10.20948/prepr-2019-2. URL: http: //library. keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-2 (Дата обращения: 25.11.2025).

29. Подлазов А.В. Исследование статистических методов выявления выдуманных результатов выборов: Часть 1. Круглые числа // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. –2019. –№ 147. –28 с. DOI: http://doi.org/10.20948/prepr-2019-147. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp? id=2019-147 (Дата обращения: 25.11.2025).

30. Подлазов А.В. Реконструкция фальсифицированных результатов выборов с помощью интегрального метода Шпилькина // Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности: труды 4-й Международной конференции (4–5 февраля 2021 г., Москва). –М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. –С. 193–208// URL: https://keldysh.ru/future/2021/18.pdf (Дата обращения: 25.11.2025).

References

1. Porshnev S.V., Ryabko N.YU. Issledovaniye metodov elektoral'noy kriminalistiki// Vestnik UrFO. Bezopasnost' v informatsionnoy sfere. –2025. –№ 4(58). –S. –21–35. DOI: 10.14529/secur250403.

2. Smoluhovskij M. Brounovskoe molekuljarnoe dvizhenie pod dejstviem vneshnih sil i ego svjaz' s obobschennym uravneniem diffuzii// Brounovskoe dvizhenie. –M.: ONTI-NKTP-SSSR, 1936. –S. 31–331.

3. Smoluhovskij M. Neskol'ko primerov brounovskogo molekuljarnogo dvizhenija pod dejstviem vneshnih sil// Brounovskoe dvizhenie. –M.: ONTI-NKTP-SSSR, 1936. –S. 205–225.

4. Smoluhovskij M. Tri doklada o diffuzii, brounovskom molekuljarnom dvizhenii i koaguljatsii kolloidnyh chastits// Brounovskoe dvizhenie. –M.: ONTI-NKTP-SSSR, 1936. –S. 33–416.

5. Gnedenko B.V. Kurs teorii verojatnostej. –M.: Fizmatgiz, 1961. –407 s.

6. Koposov A.S., Porshnev S.V. Sluchajnye velichiny s ogranichennoj oblast'ju rassejanija: matematicheskoe i algoritmicheskoe obespechenie dlja otsenivanija plotnostej verojatnostej i funktsij raspredelenij. -M.: Gorjachaja linija-Telekom, 2019. –184 s.

7. Porshnev S.V., Koposov A.S. Programmnaja biblioteka ES&RP// Svidetel'stvo o gosudarstvennoj registratsii programmy dlja EVM № 2016614275 (Zajavka № 2016611747. Data postuplenija 2 marta 2016 g. Data gosudarstvennoj registratsii v Reestre programm dlja EVM 20 aprelja 2016 g.)

8. Gnedenko B.V., Beljaev Ju.K., Solov'ev A.D. Matematicheskie metody v teorii nadezhnosti. –M.: Nauka, 1965. –524 s.

9. Matvievskij V.R. Nadezhnost' tehnicheskih sistem. –M: Moskovskij gosudarstvennyj institut elektroniki i matematiki, 2002. –113 s.

10. Ostrejkovskij V.A. Teorija nadjozhnosti. 2-e izd., ispr. –M.: Vysshaja shkola, 2008. –464 s.

11. Polovko A.M., Gurov S.V. Osnovy teorii nadjozhnosti. –SPb.: BHV-Peterburg, 2006. –702 s.

12. Porshnev S.V., Rjabko N.Ju. Opyt mnogomernogo statisticheskogo analiza `elektoral'nyh dannyh// Vestnik UrFO. Bezopasnost' v informatsionnoj sfere. –2023. –№ 2(48). –S. 5–29. DOI: 10.14529/secur230201

13. Syzrancev V.N. Raschet prochnostnoj nadezhnosti izdelij na osnove metodov neparametricheskoj statistiki/V.N. Syzrancev, YA.N. Nevelev, S.L. Golofast// –Novosibirsk: Nauka, 2008. –128 s.

14. Benford F. The Law of Anomalous Numbers// Proceedings of the American Philosophical Society. –1938. –Mar. 31. –Vol. 78. –№ 4. –P. 551–572.

15. Deckert J., M. Myagkov, Ordeshook P.C. The Irrelevance of Benford's Law for Detecting Fraud in Elections [Электронный ресурс] // Caltech/MIT Voting Technology Project Working Paper. №. 9. 2010. URL: http://vote.caltech.edu/content/irrelevance-benfords-law-detecting-fraud-elections (Дата обращения: 4.02.2023).

16. Diekmann A. Benford's Law and Fraud Detection: Facts and Legends/ Diekmann, Andreas, Ben Jann// German Economic Review. –2010. –Vol. 11 (3). –P. 397–401.

17. Shikano S. When Does the Second-Digit Benford's Law-Test Signal an Election Fraud? Facts or Misleading Test Results // Jahrbucher f. Nationalokonomie u. Statistik (Lucius & Lucius, Stuttgart 2011). –Bd. (Vol.) 231/5+6. –P. 719–732.

18. Breunig C. Searching for electoral irregularities in an established democracy: Applying Benford's Law tests to Bundestag elections in Unified Germany// Electoral Studies. –2011. –Vol. 30. –P. 534–545.

19. Leemann L., Bochsler D. A systematic approach to study electoral fraud// Electoral Studies. –2014. –Vol. 35. –P. 33–47.

20. Pericchi L., Torres D. Quick Anomaly Detection by the Newcomb-Benford Law, with Applications to Electoral Processes Data from the USA, Puerto Rico and Venezuela// Statistical Science. –2011. –Vol. 26. –№. 4. –P. 502–516.

21. Shalaev N.E. Elektoral'nye anomalii v postsotsialisticheskom prostranstve: opyt politologicheskogo analiza. Diss…kand. politicheskih nauk po spetsial'nosti 23.00.02 – Politicheskie instituty, protsessy i tehnologii. –Sankt-Peterburg: SPbGU, 2016. –191 s.

22. Shpil'kini S. Statisticheskoe issledovanie rezul'tatov rossijskih vyborov 2007–2009 gg.// Troitskij variant – nauka. –2009. –№ 21(40). –S. 2–4.

23. Shpil'kini S. Matematika vyborov – 2011 // Troitskij variant – nauka. -2011. –№ 25(94). –S. 2–4.

24. Shpil'kini S. Dvugorbaja Rossija // Troitskij variant – nauka. –2016. № 20(214). –S. 1–3.

25. Shpil'kini S. Vybory 2018 goda: Faktor H i «pila Churova» // Troitskij variant – nauka. –2018. –№ 8(252). –S. 8–10.

26. Shpil'kini S. Popravki na 27 millionov // Troitskij variant – nauka. –2020. –№ 14(308). –S. 4–5.

27. Sobjanin A.A., Suhovol'skij V.G. Demokratija, ogranichennaja fal'sifikatsijami. –M.: INTU, 1995. –263 s.

28. Podlazov A.V. Formal'nye metody vyjavlenija masshtabnyh `elektoral'nyh fal'sifikatsij na materiale federal'nyh vyborov1999-2018 gg. / Preprinty IPM im. M.V. Keldysha. –2019. –№ 2. –28 s. doi:http://doi.org/10.20948/prepr-2019-2. URL: http: //library. keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-2 (Data obraschenija: 25.11.2025).

29. Podlazov A.V. Issledovanie statisticheskih metodov vyjavlenija vydumannyh rezul'tatov vyborov: Chast' 1. Kruglye chisla // Preprinty IPM im. M.V. Keldysha. –2019. –№ 147. –28 s. DOI: http://doi.org/10.20948/prepr-2019-147. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp? id=2019-147 (Data obraschenija: 25.11.2025).

30. Podlazov A.V. Rekonstruktsija fal'sifitsirovannyh rezul'tatov vyborov s pomosch'ju integral'nogo metoda Shpil'kina // Proektirovanie buduschego. Problemy tsifrovoj real'nosti: trudy 4-j Mezhdunarodnoj konferentsii (4–5 fevralja 2021 g., Moskva). –M.: IPM im. M.V. Keldysha, 2021. –S. 193–208. URL: https://keldysh.ru/future/2021/18.pdf (Data obraschenija: 25.11.2025)

ПОРШНЕВ Сергей Владимирович, доктор технических наук, профессор, профессор Учебно-научного центра «Информационная безопасность» ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина». 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32.; ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет».620144, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45. E-mail: s.v.porshnev@urfu.ru

РЯБКО Николай Юрьевич, аспирант, ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина». 620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 32. E-mail: N. Yu.Ryabko@urfu.ru

PORSHNEV Sergey Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Director of the Educational and Scientific Center «Information Security» of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin». 620002, Yekaterinburg, st. Mira, 32.; Ural State University of Economics. 620144, Yekaterinburg, 8 Marta/Narodnoy Voli St., 62/45. E-mail: N.Yu.Ryabko@urfu.ru

RYABKO Nikolay Yurievich, post-graduate student of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin». 620002, Yekaterinburg, st. Mira, 32. E-mail: N.Yu.Ryabko@urfu.ru